3º ENCONTRO REGIONAL DE PESQUISA OPERACIONAL DO NORTE

ERPO NO 2016

LIVRO DE RESUMOS

REALIZAÇÃO: ENGENHARIA DE PRODUÇÃO UEA · UEA UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS · ICOMP Instituto de Computação · UFAM · SOBRAPO

APOIO: CNPq · CAPES · HUB TECNOLOGIA E INOVAÇÃO · STARTHUB

SOBRE O 3º. ERPO-NO 2016

O **3º. ENCONTRO REGIONAL DE PESQUISA OPERACIONAL DO NORTE** (3º.ERPO-NO 2016) foi realizado em Manaus, estado do Amazonas, no período de 3 a 5 de novembro de 2016, na Escola Superior de Tecnologia da UEA. O tema central do evento foi **"Desafios da PO na Amazônia II: como desenvolver, integrar e preservar"**.

Tendo o cenário amazônico como temática principal, foi possível uma rica discussão de problemas complexos ligados à logística, transportes, processos produtivos, redes de distribuição, alocação e otimização de recursos, dentre vários outros temas relacionados ao desenvolvimento, integração regional e preservação ambiental sob a ótica da Pesquisa Operacional. Isso representou um importante encontro entre membros da comunidade científica de áreas relacionadas à PO de todo o país e profissionais de setores representativos do mercado atuantes na região, de tal forma a compartilharem conhecimentos e experiências que permitem gerar novos frutos e parcerias em benefício da região Norte.

O 3º ERPO-NO 2016 foi organizado pela UEA (Universidade do Estado do Amazonas) e UFAM (Universidade Federal do Amazonas) e é um dos eventos da SOBRAPO (Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional – www.sobrapo.org.br).

ATIVIDADES

A programação foi estruturada com palestras, sessões técnico-científicas de apresentação de trabalhos, debates, minicursos e visita técnica. Alguns dos trabalhos apresentados, já publicados em outros eventos, foram convidados para divulgação do que tem sido feito na região.

PALESTRANTES CONVIDADOS

- André Bergsten (USP),
- Edjair Mota (UFAM),
- Eduardo Taveira (FAS),
- Eulanda Santos (UFAM),
- Fabíola Nakamura (UFAM),
- Kelen Gomes (FUCAPI),
- Moisés Carvalho (UFAM),
- Paulo Azevedo (UEA),
- Ramina Samoa (FUCAPI),
- Reinaldo Morabito (UFSCar),
- Renata Onety (UEA),
- Ricardo Takahashi (UFMG),
- Rosiane de Freitas (UFAM),
- Uéverton Souza (UFF)

AGRADECIMENTOS

Agradecemos o apoio e financiamento de todos que colaboraram para a realização deste evento:

- CAPES
- CNPQ
- SOBRAPO
- UEA -EST e Engenharia de Produção UEA
- Instituto de Computação UFAM
- Fundação Amazonas Sustentável
- HUB / StartHub Empresa Jr.

COMITÊ CIENTÍFICO

- André Bergsten (USP)
- Fábio Santos (UEA)
- Felipe Campelo (UFMG)
- Fabíola Nakamura (UFAM)
- Fernando Santos (UNIFEI)
- Francisco Paiva (UEA)
- Júlia Oliveira (FUMEC)
- Mário Salvatierra (UFAM)
- Martin Gomez Ravetti (UFMG)
- Renata Onety (UEA)
- Thiago Tancredi (UFSC)
- Sandro Bitar (UFAM)

Coordenação: Renata Onety (UEA), Fabíola Nakamura (UFAM) e Rosiane de Freitas (UFAM).

ARTIGOS

1. ALGORITMO APROXIMATIVO PARA ESCALONAMENTO DE TAREFAS COM RESTRIÇÃO DE PRECEDÊNCIA E TEMPO UNITÁRIO EM PROCESSADORES IDÊNTICOS PARALELOS.
   Elton Lever - Rosiane de Freitas
  07

2. CONCEPÇÃO DE PROJETO ESTRUTURAL BASEADO EM OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA.
   Sidney de Oliveira Lins - Rosiane de Freitas Rodrigues
  10

3. O PROBLEMA DA COLORAÇÃO COM LISTAS SEQUENCIAIS E A PROPRIEDADE DA SELECIONABILIDADE EM GRAFOS.
   Simone Ingrid Monteiro Gama - Rosiane de Freitas Rodrigues
  14

4. PLANEJAMENTO DE CAMINHOS TRIDIMENSIONAIS COM RESTRIÇÕES ESPACIAIS PARA VEÍCULOS.
   Davidson da Cunha Corrêa - José Luiz de Souza Pio
  16

5. PROBLEMAS EM GRAFOS ROTULADOS E SEUS ALGORITMOS: ROTULAÇÃO GRACIOSA E COLORAÇÕES COM RESTRIÇÕES DE DISTÂNCIAS.
   Victória Patrícia Aires - Rosiane de Freitas
  20

6. PROCESSO DE PLANEJAMENTO DE PRODUÇÃO SOB DEMANDA COM ESCALONAMENTO JUST-IN-TIME EM MÁQUINAS PARALELAS.
   Rainer Xavier de Amorim - Rosiane de Freitas
  22

7. TÉCNICAS DE PESQUISA OPERACIONAL PARA O PLANEJAMENTO DA ALOCAÇÃO DE CANAIS EM REDES CELULARES E COGNITIVAS.
   Bruno Dias - Rosiane de Freitas
  24

8. UM MÉTODO EXATO EM PROGRAMAÇÃO DINÂMICA PARA O PROBLEMA DA CADEIA DE CARACTERES MAIS PRÓXIMA.
   Omar Latorre Vilca - Rosiane de Freitas
  26

PÔSTERES

1. APLICAÇÃO DE OTIMIZAÇÃO E ORGANIZAÇÃO DA BALSA AMARELA NO PORTO DA MANAUS MODERNA E SEU ENTORNO
   Alexia Mara Moledo Mamed - Henrique Augusto Mota Cavalcante
  28

2. APLICAÇÃO DE TEORIA DAS FILAS EM VIAS DE ENTRADA E SAÍDA DE UM CONJUNTO DO MUNICÍPIO DE MANAUS – AMAZONAS
   Vinícius de Souza Lima - Felipe Oliveira da Silva - Jonathan da Silva Moreira - Isabelle Lorrande Maria Sarges de Lima
  29

3. DETECÇÃO E COMBATE À REDES TERRORISTAS EM AMBIENTES DE REDES SOCIAIS
   Nadny Maciel Dantas - Samantha Correa Leite - Victória Patrícia Aires - Fabíola Nakamura
  30

4. GERAÇÃO DE PONTOS ESTRATÉGICOS PARA UNIDADES BÁSICA DE SAÚDE RURAL QUE SÃO ATENDIDAS PELA UNIDADE BÁSICA DE SAÚDE FLUVIAL DO MUNICÍPIO DE MANAUS
   Erick da Silva Farias - Lucas Honda de Sousa Magalhães - Renata da Encarnação Onety
  31

5. MÉTODO SIMPLEX APLICADO NA REDUÇÃO DE CUSTOS DA PRODUÇÃO DE MASSA PARA PIZZA
   Rosimeire Freires Pereira Oliveira - Walter Seiffert Simões
  32

6. OTIMIZAÇÃO ATRAVÉS DO SEQUENCIAMENTO DE CARGAS E PASSAGEIROS EM EMBARCAÇÕES DA AMAZÔNIA UTILIZANDO MÉTODOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR
   Leonardo da Silva Oliveira - Paulo Giovanni de Sousa Carvalho - Ramel Cerveira Weber
  33

7. OTIMIZAÇÃO DE VAGAS DE ESTACIONAMENTO DE UMA INSTITUIÇÃO DE EDUCAÇÃO UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA
   Rafael Carvalho de Castro - Renata da Encarnação Onety
  34

8. OTIMIZAÇÃO DO FRETE DE CABOTAGEM REGIONAL PARA CLIENTES E ARMADORES NA ROTA MANAUS-URUCARÁ
   Reinado Lima Soares - Ezequias Martins de França - Thiago de Aguiar Lessa
  35

9. OTIMIZAÇÃO DO SISTEMA DE AGENDAMENTO ELETRÔNICO UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO LINEAR
   David Alexandre de Vasconcelos - Frederico V. Alfaia Rodrigues - Walmir Lucena de Jesus
  36

10. OTIMIZAÇÃO DO TEMPO DE ATRACAÇÃO DE EMBARCAÇÕES MISTAS
    Johnne Geovanny Mouzinho Arcanjo - Luís Eduardo Gonçalves Nascimento
   37

11. OTIMIZAÇÃO DO TEMPO NO TRANSPORTE DE CARGAS UTILIZANDO HIDROVIAS
Daniela Raposo Nunes de Mello - Gisele Barbosa Farias
.....38

12. OTIMIZAÇÃO NA CABOTAGEM BRASILEIRA
Fernanda Tinoco Pimenta - João Victor Benacon de Oliveira - Luiz Paulo Machado de Souza
.....39

13. OTIMIZAÇÃO NA UTILIZAÇÃO DE BALSAS NO TRANSPORTE FLUVIAL NA TRAJETÓRIA MANAUS-BELÉM
Luiz Henrique Lessa da Silva
.....40

14. OTIMIZAÇÃO NO CONFORTO E SEGURANÇA DE PASSAGEIROS DE LANCHAS EXPRESSO NA ROTA MANAUS - CODAJÁS
Valéria da Silva Costa - Mayra Anes da Silva - Caio Benedito Figueiredo Dos Santos
.....41

15. PROPOSTA DE MELHORIA PARA SISTEMA DE ATENDIMENTO EM RESTAURANTE UNIVERSITÁRIO ATRAVÉS DE SISTEMA BIOMÉTRICO
Alexandre Silva da Silva - Felipe Oliveira da Silva - Isabelle Lorrande Maria Sarges de Lima- Jonathan da Silva Moreira - Vinícius de Souza Lima
.....42

16. PROPOSTA DE SEQUENCIAMENTO E ROTEAMENTO DE ATENDIMENTOS EMERGENCIAIS DE SAUDE NA REGIAO FLUVIAL DO AMAZONAS
Thaiane Caroline Freire Dourado - Rodrigo da Costa Moraes - Francisco Lira da Silva Bisneto - Renata da Encarnação Onety
.....43

17. SEQUENCIAMENTO DE MAQUINA UNICA COM TEMPOS DE SETUP DEPENDENTES DA SEQUENCIA EM AMBIENTE LEAN MANUFACTURING
Nara Quintela Begnini - Wesley da Silva Rocha - Renata da Encarnação Onety
.....44

18. UMA ABORDAGEM UTILIZANDO METAHEURÍSTICAS PARA SELEÇÃO DE ELEMENTOS DE ELICITA DE REQUISITOS
Renata Magalhães Rêgo - Arilo Claudio Dias-Neto
.....45

19. UTILIZAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR E DO MÉTODO SIMPLEX PARA A OTIMIZAÇÃO DA PRO EM UMA PIZZARIA DE PEQUENO PORTE
Jocelene M. A. Dos Anjos - Walter S. Simões
.....46

Algoritmo aproximativo para escalonamento de tarefas com restrição de precedência e tempo unitário em processadores idênticos paralelos

Elton Lever
Instituto de Computação – Universidade Federal do Amazonas-(UFAM)
Av. General Rodrigo Octávio, 6200, Coroado I
elton@icomp.ufam.edu.br

Rosiane de Freitas
Instituto de Computação – Universidade Federal do Amazonas-(UFAM)
Av. General Rodrigo Octávio, 6200, Coroado I
rosiane@icomp.ufam.edu.br

RESUMO

Neste artigo é apresentado o problema de escalonamento de tarefas com precedência e tempo de execução unitário, considerando um número variável de processadores paralelos idênticos, que é NP-difícil. Para este problema, a melhor aproximação era fornecida pelo algoritmo de Coffman & Graham (1972), com fator de aproximação $2 - \frac{2}{|P|}$, para $|P| \geq 3$ processadores e que perdurou por um longo tempo até que um algoritmo de aproximação $2 - \frac{7}{3|P|+1}$ foi proposto por Gangal & Ranade (2008).

PALAVRAS CHAVE. escalonamento, algoritmo aproximativo, restrições de precedência.

1. Introdução

Escalonamento de tarefas com tempo de execução unitário com relação de precedência, com processadores paralelos idênticos, consiste em um importante problema de otimização combinatória com aspectos de complexidade computacional de grande interesse. Deste modo, dadas $J = \{J_1, J_2, ...J_j, ..., J_n\}$ tarefas de tempos unitários de processamento, $p_j = 1$, a serem escalonadas em $|P|$ processadores paralelos idênticos, onde as tarefas j_i possuem relações de precedência entre si ($prec$), de modo a minimizar o *makespan*, ou seja, o tempo de completude (C_j) da última tarefa escalonada. Usando a notação clássica de 3-campos por Graham em 1979, tem-se $P_k|prec, p_j = 1|C_{max}$, ou somente $P|prec, p_j = 1|C_{max}$, para o caso onde o número de processadores é parte da entrada, provado ser NP-difícil por Ullman em 1973. Se o número de processadores for fixo, o problema continua em aberto e corresponde ao 8° da lista de 12 problemas em aberto publicada no livro "Computers and Intractability"de Garey e Johnson em 1979, da qual apenas este problema de escalonamento e o problema de isomorfismo em grafos, permanecem em aberto.

O problema de interesse deste trabalho resumi-se em número de processadores variáveis, NP-difícil, para o qual existem diversos algoritmos aproximativos, sendo por muito tempo o melhor deles o proposto por Coffman e Graham (CG), com aproximação $2 - \frac{2}{|P|}$, para $|P| \geq 3$. Em 2008 um algoritmo de aproximação $2 - \frac{7}{3|P|+1}$ foi proposto por Gangal e Ranade (GR), proporcionando uma melhoria pequena, mas significativa.

2. Algoritmos aproximativos para $P|prec, p_j = 1|C_{max}$

Nesta seção serão brevemente apresentados os principais algoritmos aproximativos para $P|prec, p_j = 1|C_{max}$. O algoritmo pioneiro foi proposto em 1961 por T. C. Hu e mostrou que resolve o problema em tempo polinomial quando as restrições de precedência são árvores enraizadas (*in-tree*, *out-tree*, *in-forest* e *out-forest*). O algoritmo oferece um escalonamento ótimo quando $|P| = 2$, porém, para $|P| \geq 3$ dista $2 - \frac{1}{|P|-1}$ mostrado por Chen e Liu em 1975. Em 1972, o algoritmo de Hu foi refinado por Coffman e Graham. Lam e Sethi em 1977 mostraram que a aproximação de CG quando $|P| \geq 3$ é de $2 - \frac{2}{|P|}$. Trinta e cinco anos mais tarde Gangal e Ranade propuseram um algoritmo com melhor aproximação que os demais e será apresentado seguir.

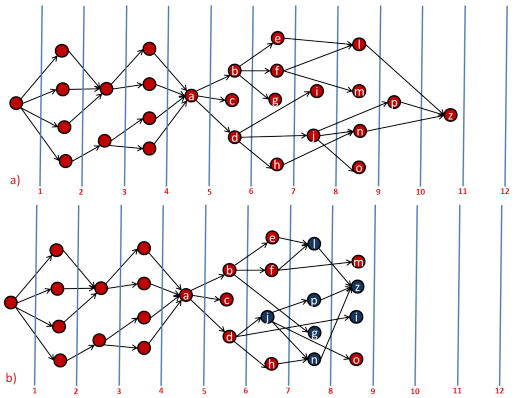

Figura 1: Algoritmo de GR, com reorganização dos predecessores para $|P| = 4$.

2.1. Algoritmo aproximativo de Gangal & Ranade(GR)

Cada vértice folha será calculado pelo caminho do comprimento mais longo no grafo. N é a quantidade de sucessores de v. L é o número de arcos no caminho de v até u, $|P|$ são os processadores e D o maior prazo do caminho. A equação (1) calcula os prazos $D(v)$ para cada vértice v no sentido inverso da ordem de classificação, tendo um caminho de comprimento, pelo menos, $L + 1$ arco que liga v até u em quê $D(v) \leq D$. O máximo alcance de valores inteiros que $L, D, |N(v, D, L)|$ pode tomar é $|G|$, contudo a complexidade de tempo é $|G|^4$ para calcular todos.

Algoritmo 1: Algoritmo - (Gangal & Ranade)

Entrada: Grafo $G(V, E)$, P: Conjunto de processadores.
início
  1 - Inclua um vértice a com arestas $\forall v \in V(G)$
  para cada *vértice $v \in V(G)$* **faça**
    se *v é vértice sem sucessores* **então**
      Seja $D(v) = \Delta$, onde Δ é um número qualquer, $D(v)$ = comprimento do caminho mais longo em G;
    senão
      Calcule os prazos $D(v)$ para os outros vértices de acordo Equação (1);
    fim se
  fim para cada
  2 - Ordene os vértices em ordem não decrescente de acordo com seu prazo, fazendo a redução de transitividade ;
  3 - Escalone a no tempo 1 do processador 1;
  para cada *vértice $v \in V(G)$* **faça**
    enquanto *Reorganiza predecessores (v)* **faça**
      1. Seja t' uma coluna com maior prazo, tal que contém alguns predecessores de v;
      2. Seja A o conjunto de vértices na coluna de $t' - 1$ e coluna t';
      se *todos os vértices em A tiver o mesmo prazo, e A tem no máximo $|P|$ predecessores de v, e coluna t' tem menos de $|P|$ vértices* **então**
        - Mova os predecessores de v para a posição $t' - 1$;
        - Mova outros vértices da coluna $t' - 1$ para a coluna t' se for necessário;
      fim se
    fim enqto
    Seja t o menor tempo em que v pode ser escalonado;
    Escalona v na coluna t livre do primeiro processador disponível.
  fim para cada
fim

$$D(v) = D - L - \lceil \frac{N(v, D, L)}{|P|} \rceil \tag{1}$$

Primeiramente é criado um vértice artificial "a" ligando a todos os outros vértices. O prazo para vértices folha é o comprimento do caminho mais longo. Os prazos dos outros vértices são então calculados pela equação (1) usando $|P|$. No passo da reorganização dos predecessores os vértices que estão na coluna $t'-1$ e t' já organizados estão prontos para serem escalonados. Se todos os antecessores de v se moverem para a coluna de $t'-1$, em seguida, v vai escalonar na coluna t'. A Figura 1 mostra que a reorganização dos predecessores no primeiro bloco não é possível, no entanto, o segundo bloco do exemplo percebe-se que o tempo é quebrado, isso ocorre devido a reorganização de algumas tarefas: a tarefa "j"que iniciava no tempo 7 foi para o 6, por consequência "g"que estava iniciando em 6 inicia em 7. Com isso as tarefas sucessoras de "j"{n,p,o} e consequentemente

”z”diminuem um período de tempo para o início da execução e assim sucessivamente. Após essa reorganização o tempo cai de 11 para 9, assim a Figura 1 mostra o escalonamento ótimo para esse grafo.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus e minha família, assim como a professora Rosiane por essa oportunidade.

Referências

Chen, N. F. & Liu, C. L. (1975), On a class of scheduling algorithms for multiprocessors computing systems.*Personal commnication*, 1-16.

Coffman Jr, Ass Prof EG & Graham, Ronald L (1972), Optimal scheduling for two-processor systems.*Acta informatica*, 200–213.

Devdatta Gangal & Abhiram Ranade (2008), Precedence constrained scheduling in $(2 - \frac{7}{3p+1})$ para $p \geq 4$ Optimal. *Elsevier. Journal of Computer and System Sciences, 74 (2008) 1139-1146*, 1-13.

M. R. Garey and D. S. Johnson. (1979), Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness.*W. H. Freeman*, 285-288.

Shui Lam & Ravi Sethi. (1977), Worst Case Analysis of Two Scheduling Algorithms.*SIAM J. COMPUT. Nº 2*, 518-536.

Ullman. J. D. (1973), NP-complete scheduling problems.*Journal of Computer and System Sciences*, 384 - 393.

Concepção de Projeto Estrutural Baseado em Otimização Topológica

Sidney de Oliveira Lins[1], Rosiane de Freitas Rodrigues[1]
[1]ICOMOP/UFAM Instituto de Computação - Universidade Federal do Amazonas
Av. Rodrigo Otávio, nº 6.200 – CEP 69.077-000 – Manaus – AM – Brazil
{sidneylins, rosiane}@icomp.ufam.edu.br

RESUMO

Neste trabalho apresenta uma breve revisão dos principais contribuições da área de otimização estrutural. Onde o principal objetivo é investigar a otimização topológica que minimize a flexibilidade sujeita a restrição densidade volumétrica, equilíbrio estático e ou tensão limite de escoamento. Para transformar o problema do contínuo numa abordagem discreta usa o método dos elementos finitos com elemento triangular de interpolação linear, e para a solução de otimização utiliza o método do critério de otimalidade. Para testar a eficiência do método empregado são simulados instâncias clássicas das literaturas.

PALAVRAS CHAVE. Otimização Topológica, Critério de Otimalidade, Elementos Finitos.

Área Principal: PO na Indústria

1. Revisão da Literatura

As primeiras pesquisas baseado em otimização estrutural são de [Maxwell, 1870] e [Michall, 1904] com objetivo minimizar o peso estrutural com restrição ao deslocamento e com critério de falha de tensão em projeto de treliças. A ideia consiste em aplicar uma força no domínio infinito com pontos de apoios conhecidos. Com isso, pode-se determinar o campo das linhas das tensões principais chamada de isotensão. Consequemente, a ótima disposição da estrutura é obtida pelos alinhamentos das barras nas direções das linhas da isotensão, na prática, isto que dizer que as barras sofrem apenas forças normais de tração e compressão. No entanto, essas pesquisas não avançaram em sua época, devido os cálculos analíticos exaustivos e difíceis, ficando apenas no meio acadêmico. E, atualmente serve com referências para aferir os programas de otimização estrutural.

Em 1960, a investigação [Schmit, 1960] aprimorou a otimização estrutural analítica para área do método numérico, isso foi um marco para otimização estrutural numérica aplicada. Desde então, duas principais linhas de pesquisas foram concebidas, a otimização paramétrica que investiga a ótima configuração de parâmetro geométrico tais com a área e ou comprimento do elemento estrutural de uma treliça, e a otimização de forma que busca o ótimo contorno geométrico de um objeto. Além de permitir as investigações com modelos mais realísticos e complexos. Todo esse cenário exige, um esforço de processamento computacional que deve ser avaliado e adequado para cada modelo proposto tanto pelo pesquisador ou pelo projetista, principalmente quando se trata de problema de grande porte.

Outra forma de trabalhar com otimização estrutural é com otimização topológica proposta por [Bendsoe e Kikuchi, 1988] que teve a sua aplicação imediata e amplamente utilizada em projeto de produto nos segmentos automobilístico e aeronáutico, e nas últimas décadas se expandiu nas aplicações navais, componentes de nanotecnologia, mecanismos flexíveis entre outras aplicações [Bendsoe e Sigmung, 2013]. Ela se torna interessante, pelo fato de idealizar a ótima distribuição de massa da estrutura, ou seja, cria furo e ou preenche de material ponto da estrutura onde são necessários para atender as restrições de projeto.

Nesse artigo é implementado a proposta de Bendsoe e Kikuchi, onde utiliza o Método do Lagrangeano Aumentado, ou seja, transforma um problema de otimização original com restrição em problema sem restrição. Para resolver o problema sem restrição é utilizado técnica de penalidade

para função objetivo e uma técnica de busca local por meio de um algoritmo interativo que será discutido na próxima seção, e para mais detalhe ver [Bazaraa; Sherali e Shetty, 1993; Nocedal e Wright, 1999; Arora, 2011 e Bendsoe e Sigmung, 2013].

Nesta investigação se encontra no estágio inicial e tem interesse de reduzir a instabilidade numérica que ocorre no método de otimização topológica que atualmente é solucionado por filtros, e bem como, reduzir o custo computacional.

2. Definição do Problema Otimização Topológica

O modelo [Bendsoe e Kikuchi, 1988] é de minimizar a flexibilidade estrutural com restrições da densidade volumétrica e do equilíbrio estático. Para isso, considera-se o material elástico e isotrópico. Com essas considerações possibilita aplicação da teoria de pequenas deformações e deslocamentos. Sendo a forma de quantifica a flexibilidade é pelo princípio de mínima energia potencial, ou seja, o funcional de mínima energia $\Pi(\mathbf{u})$ é igual a diferença da energia de deformação elástica e trabalho realizado pelas forças externas, e é dada por

$$\Pi(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}\mathbf{u}^T\mathbf{K}\mathbf{u} - \mathbf{f}^T\mathbf{u}\,, \tag{1}$$

onde $\mathbf{K}$ a matriz de rigidez global da estrutura, $\mathbf{u}$ vetor global de deslocamento que depende da variável de projeto e $\mathbf{f}$ é o vetor das forças. Portanto, a condição necessária de mínima energia potencial é dada por

$$\frac{\partial\Pi(\mathbf{u})}{\partial\mathbf{u}} = \mathbf{0} \Longrightarrow \mathbf{K}\mathbf{u} - \mathbf{f} = \mathbf{0}\,, \tag{2}$$

observa-se que a equação (2) expressa a condições de equilíbrio da estrutura.

A equação (1) tem uma depende da resolução da equação (2), isso conduz a um sistema linear de equações. Note-se, que os deslocamentos do corpo são eliminados, isso garante a $\mathbf{K}$ seja positiva definida. Logo $\Pi(\mathbf{u})$ é uma função estritamente convexa e a solução encontrada é o mínimo global do funcional [Nocedal e Wright, 1999; Arora, 2011; Bendsoe e Sigmung, 2013].

Pelo método da mínima energia das equações (1) e (2) pode-se formular o problema de otimização, que é formulado por

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \mathbf{u}^T\mathbf{K}\mathbf{u} \\ \text{Sujeito a:} \quad & \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \\ & \frac{\mathbf{V}(\mathbf{x})}{\mathbf{V}_0} \leq f_v \\ & \rho_{min} \leq \mathbf{x} \leq \rho_{max}\ , \end{aligned} \tag{3}$$

onde $\mathbf{V}(\mathbf{x})$ é o volume de material da topologia ótima, $\mathbf{V}_0$ é o volume do domínio do projeto, f_v é o volume fracionário prescrito, $\mathbf{x}$ é o vetor da variável de projeto que indica a densidade relativa da estrutura, ρ_{min} e ρ_{max} correspondem aos valores mínimo e máximo que podem assumi a densidade relativa de modo a evitar singularidades na matriz rigidez.

Agora o problema é relacionar a deformação com a densidade, neste trabalho utiliza o método SIMP que é uma técnica com penalização que caracteriza o comportamento constitutivo de um material artificial, ver [Bendsoe e Sigmung, 2013], onde a função objetivo é penalizada, portanto a função objetivo é obtida por

$$\mathbf{u}^T\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}^T\mathbf{u} \cong \sum_{e=1}^{n}(x_e)^p\mathbf{u}_e^T\mathbf{k}_e\mathbf{u}_e\,, \tag{4}$$

onde x_e é a variável de projeto da densidade relativa, $\mathbf{u}_e$ é o vetor de deslocamento e $\mathbf{k}_e$ é a matriz de rigidez elementar para cada elemento finito e, n quantidade de elemento finito e p é o valor da penalização.

Outro problema importante é evitar a densidade seja menor zero, isto pode conseguir através da remoção da contribuição da densidade negativa do volume da estrutura durante o cálculo, ou seja $\mathbf{V}(\mathbf{x}) = \sum_{e=1}^{n}(v_e)\ \max(0, x_e)$, sendo v_e o volume elementar do elemento finto.

3. Critério de Otimalidade

O método do critério de otimalidade é método baseado na condição de estacionaridade da função Lagrangeana, onde são impostos as condições **KKT** no problema de otimização. Portanto, formulação de otimização (3) é dada como

$$\pounds_A(\mathbf{x},\lambda) = -f(\mathbf{x}) + \lambda_0^T(\mathbf{Ku}-\mathbf{f}) + \lambda_1(\mathbf{V}(\mathbf{x}) - f_v\mathbf{V}_0) + \sum_{e=1}^{n}\lambda_2^e(x_{min}-x_e) + \sum_{e=1}^{n}\lambda_3^e(x_e-1)\ , \quad (5)$$

onde λ_0^T e λ_1 multiplicadores de Lagrange globais para os termos da restrição de igualdade e desigualdade respectivamente; e λ_2^e e λ_3^e multiplicadores de Lagrange para cada elemento finito e do domínio. Portanto, a derivada da equação (6) é dada por

$$\nabla\pounds_A(\mathbf{x},\lambda) = -\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_e} + \lambda_1\frac{\partial \mathbf{V}(\mathbf{x})}{\partial x_e} - \sum_{e=1}^{n}\lambda_2^e + \sum_{e=1}^{n}\lambda_3^e = 0\ . \quad (6)$$

Estabelecendo as condições de **KKT**, da mínima energia e assumindo que as restrições laterais não são ativas, ou seja, $\lambda_2^e = \lambda_3^e = 0$. Obtém a solução ótima do problema de otimização, com isso, é definido um operador de critério de otimalidade dado por

$$D_e = \frac{-\dfrac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_e}}{\lambda_1\dfrac{\partial \mathbf{V}(\mathbf{x})}{\partial x_e}}\ , \quad (7)$$

que na realidade é um indicador de densidade de energia de deformação.

Agora analise da sensibilidade da função objetivo $f(\mathbf{x})$ e da densidade volumétrica $\mathbf{V}(\mathbf{x})$ em relação as variáveis de projeto $\mathbf{x}_e$ são dados por:

$$\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_e} = -p(x_e)^{p-1}\mathbf{u}_e^T\mathbf{k}_e\mathbf{u}_e \quad (8)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}(\mathbf{x})}{\partial x_e} = 1 \quad (9)$$

Para atualiza a $\mathbf{x}_e$, utiliza-se a proposta de [Bendsoe e Sigmung, 2013] que expressa da seguinte formulação

$$\mathbf{x}_e^{i+1} = \begin{cases} \max(\epsilon, x_e^i - m) & \text{se} \quad x_e^i D_e^\eta \leq \max(\epsilon, x_e^i - m) \\ \min(1, x_e^i + m) & \text{se} \quad x_e^i D_e^\eta \geq \min(1, x_e^i - m) \\ x_e^i D_e^\eta & \text{caso contrário}\ . \end{cases} \quad (10)$$

Sendo η o coeficiente de relaxação numérica, geralmente igual a $\frac{1}{2}$, $\epsilon = 10^{-3}$ o valor mínimo admissível e m um valor positivo máximo permitido móvel de x_e, em geral um valor não maior que $0,2$ é suficiente para ter um bom resultado.

3.1. Filtro

O problema de otimização da equação (3) apresenta instabilidade numérica nos que diz respeito a densidade relativa, esse problema é conhecido como *checkerboard*. Para garanti soluções viáveis não dependente da malha de elementos finitos e sem regiões *checkerboard*, utiliza técnica de filtragem para melhorá a distribuição da densidade relativa do elemento na derivada da função objetivo, [Bendsoe e Sigmung, 2013] propõe o seguinte formulação

$$\frac{\partial \widehat{f(\mathbf{x})}}{\partial x_e} = \frac{1}{\max(\gamma, x_e)\displaystyle\sum_{f=1}^{N}\widehat{H}_{ef}}\sum_{f=1}^{N}\widehat{H}_{ef}x_f\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_f}\ , \quad (11)$$

onde N é o conjunto dos elementos da vizinha do elemento f com raio $\Delta(e, f)$ de centro a centro do elemento e é menor do que o raio do filtro, e $\widehat{H}_{ef}$ é operador convolução do fator de ponderação do peso do filtro, pode ser expresso por $\widehat{H}_{ef} = \max\left(0, r_{min} - \Delta(e, f)\right)$.

O termo $\gamma = 10^{-3}$ é um valor positivo infinitesimal que evitar uma divisão por zero.

4. Considerações finais

Foi rescrito a formulação [Bendsoe e Kikuchi, 1988] com técnicas atuais e com melhor desempenho, o programa implementado tem uma interface com software GiD que realiza a geração da malha de elementos finitos de elemento triangular no pré-processamento e pós-processamento que visualiza os resultados obtidos que foram satisfatórios e bem sucedidos. Para a próxima etapa de investigação será desenvolvido um algoritmo com a concepção de programação dinâmica para o problema.

Agradecimentos

Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

Referências

Arora, Jasbir S., *Introduction to Optimum Design*, 3ª Edição, McGraw-Hill Book Company, New York, 2011.

Bazaraa, Mokhtar S.; Sherali, Hanif D. e Shetty, C. M., *Nonlinear Programming - Theory and Applications*, John Wiley & Sons, INC, New York, 1993.

Bendsoe, M. P.; Kikuchi, N. (1988), Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v. 71, p. 197–224.

Bendsoe, Martin P.; Sigmund, Ole., Topology Optimization: Theory, Methods and Applications, *Springer Science & Business Media*, 2013.

Maxwell, James C. (1870), On Reciprocal Figures, Frames and Diagrams of Force, *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, v. 26, n. 01, p. 1-40.

Michell, Anthony G. M. (1904), LVIII. The limits of economy of material in frame-structures, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, v. 8, n. 47, p. 589–597.

Nocedal, Jorge; Wright, Stephen J. , *Numerical Optimization*, Springer, New York, 1999.

Schmit, Lucien A. (1960), Structural design by systematic synthesis, *Proc. of the Second ASCE Conference on Electronic Computation*, p. 105–122.

O problema da coloração com listas sequenciais e a propriedade da selecionabilidade em grafos

Simone Ingrid Monteiro Gama
Instituição de Computação - UFAM
Avenida General Rodrigo Otávio, 6200 - Coroado I, Manaus - AM
simone.gama@icomp.ufam.edu.br

Rosiane de Freitas Rodrigues
Instituição de Computação - UFAM
Avenida General Rodrigo Otávio, 6200 - Coroado I, Manaus - AM
rosiane@icomp.ufam.edu.br

RESUMO

Neste artigo é apresentado o problema da Lista Coloração, que é uma generalização do problema da coloração de vértices em grafos, e que consiste em colorir um grafo simples de modo que vértices adjacentes possuam cores distintas, mas, respeitando-se a restrição de que cada vértice possui uma lista restrita de cores a serem usadas, além da Selecionabilidade em grafos. Portanto, se investigou a correlação entre a propriedade da k-selecionabilidade e a (γ, μ)-coloração, sendo definida a propriedade de k-(γ, μ)-selecionabilidade. O resultado mais geral consistiu em determinar que se um grafo é k-colorível, então tal grafo também é k-(γ, μ)-selecionável.

PALAVRAS CHAVE. coloração em grafos, complexidade computacional, lista coloração, selecionabilidade em grafos, (γ, μ)-coloração, teoria dos grafos.

Área Principal: Teoria e Algoritmos em Grafos

1. Introdução

Um grafo $G = (V, E)$ é um conjunto finito não-vazio onde $V(G)$ é um conjunto de vértices e $E(G)$ é um conjunto de arestas. Cada elemento e no conjunto E é um par (i, j) que indica que o vértice i é adjacente ao vértice j (ou seja, são adjacentes, e a aresta e incide em i e j). O grafo é dito não-direcionado quando os pares que representam as arestas são não-ordenados, isto é, $(i, j) = (j, i)$. A representação gráfica de um grafo consiste em pontos distintos do plano associados a cada vértice e, para cada aresta (i, j), um segmento de reta conectando os pontos correspondentes aos vértices i e j.

Definição 1. *Uma **coloração própria** c de vértices em um grafo G é uma atribuição de cores aos vértices de G tal que vértices adjacentes possuem cores diferentes.*

As cores são representadas por números inteiros positivos $1, 2, ..., k$. Então, uma coloração própria pode ser considerada como uma função $c : V(G) \to \mathbb{N}$ (onde $\mathbb{N}$ é o conjunto de números inteiros positivos) tal que $c(v) \neq c(u)$ se u e v são vértices adjacentes em G.

Definição 2. *Um grafo G que é colorido com k cores possui uma **k-coloração**.*

Seja G um grafo para o qual existe um conjunto associado $L(v)$ de cores específicas para cada vértice v de G. O conjunto $L(v)$ é chamado uma **lista de cores** permitidas para v. O problema da lista coloração foi introduzido por Paul Erdös *et al.*, em 1979 e, independentemente por Vadim Vizing em 1976.

Definição 3 (Chartrand, 2008)**.** *Uma **Lista Coloração** (do inglês, List Coloring) de G é uma coloração própria de G tal que $c(v) \in L(v)$ para cada $v \in V(G)$.*

Definição 4 (Chartrand, 2008)**.** *Dada uma função de escolha $\mathcal{L}$, onde $\mathcal{L} = \{L(v) : v \in V(G)\}$. Se $\mathcal{L}$ é o conjunto de listas de cores para os vértices de $V(G)$ e existe uma lista coloração para este conjunto $\mathcal{L}$ de listas de cores, então G é dito ser **$\mathcal{L}$-lista-colorível**.*

2. Definição da propriedade da k-(γ, μ)-selecionabilidade

Nos resultados principais, a (γ, μ)-coloração foi correlacionada com a k-selecionabilidade, onde dado um grafo G, a mesma é atribuído a seus vértices listas de cores do tipo (γ, μ) e todas essas listas de cores possuem tamanho k. A definição desta coloração será dada a seguir:

Definição 5. *Um grafo G é k-(γ, μ)-selecionável ou k-(γ, μ)-lista-colorível se G é (γ, μ)-colorível para cada coleção $\mathcal{L}$ de listas $L(v)$ para os vértices v de G tal que $|L(v)| \geq k$ para cada vértice v, e as listas são do tipo (γ, μ).*

O menor inteiro k para o qual G é k-(γ, μ)-lista-colorível para todas as listas de cores tipo (γ, μ) de tamanho k é denominado número lista cromático γ, μ, também representado por $\chi_{\ell,(\gamma,\mu)}$.

Teorema 1. *Seja G um grafo $k-$colorível. Então G é $k-(\gamma, \mu)$-selecionável.*

Prova. Como G é $k-$colorível, existe uma coloração $c : V \to \mathbb{N}$ tal que $c(v) \in \{0, 1, 2, \ldots, k-1\}$, e se os vértices v_i e v_j são adjacentes $c(v_i) \neq c(v_j)$.

Em uma divisão de um inteiro qualquer m por k, obtêm-se o resto da divisão r, tal que $r \in \{0, 1, 2, \ldots, k-1\}$. Além do mais esta divisão particiona os inteiros em k conjuntos distintos. Considere $A_0 = \{n \in \mathbb{Z}|$ o resto da divisão de n por k é 0 $\}$, $A_1 = \{n \in \mathbb{Z}|$ o resto da divisão de n por k é 1 $\}$, $A_2 = \{n \in \mathbb{Z}|$ o resto da divisão de n por k é 2 $\}$, ..., $A_{k-1} = \{n \in \mathbb{Z}|$ o resto da divisão de n por k é $k-1$ $\}$. Estes conjuntos são dois a dois disjuntos, ou seja, $A_i \cap A_j = \emptyset$, se $i \neq j$.

Outro fato importante é que dada qualquer sequência de k inteiros consecutivos $x, x+1, x+2, \ldots, x+k-1$, existe exatamente um destes elementos contido em cada um dos conjuntos A_i. Ou seja, um desses elementos deixa resto i na divisão por k, para $i = 0, 1, 2, \ldots k-1$.

Considere agora uma distribuição qualquer de listas de tamanho k do tipo (γ, μ) para os vértices de V. Assim, para cada $v_i \in V$, $L(v_i) = \{\gamma_i, \gamma_i + 1, \ldots, \gamma_i + k - 1\}$. Seja v_i e v_j vértices adjacentes em G, assim $c_i = c(v_i) \neq c(v_j) = c_j$, e portanto os conjuntos A_{c_i} e A_{c_j} são disjuntos. Para uma (γ, μ)-lista coloração de G nestes vértices adjacentes v_i e v_j escolha como cor para o vértice v_i o elemento de $L(v_i)$ que pertence ao conjunto A_{c_i} e para o vértice v_j escolhemos o elemento de $L(v_j)$ que pertence ao conjunto A_{c_j} e isto garante que vértices adjacentes serão coloridos com cores distintas. Portanto G é k-(γ, μ)-selecionável. $\square$

3. Conclusão

Nesse artigo foi apresentado uma correlação entre a Lista Coloração com listas sequenciais e a propriedade de Selecionabilidade em grafos, juntamente com uma prova formal com essa correlação e que consistiu em determinar que se um grafo é k-colorível, então tal grafo também é k-(γ, μ)-selecionável, deixando o problema da Selecionabilidade de grafos que é conhecido de ser Π_2^p-completo para ser NP-completo. Para trabalhos futuros, pretende-se verificar a Complexidade Parametrizada deste e de outras variações do problema de coloração de grafos.

Referências

Bonomo, F., Durán, G e Marenco, J, Exploring the complexity boundary between coloring and list-coloring, *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 41–47 2006.

Chartrand, Gary. e Zhang, Ping, Chromatic Graph Theory, *CRC Press*, 2008.

Paul, E., Rubin, A. e Taylor, H., Chosability in graphs, *Proceedings, West Coast Conference on Combinatorics*, 1979.

Thomassen, C., Every Planar Graph is 5-choosable, *Journal of Combinatorial Theory*, 180–181, 1994.

Vizing, V., Vertex coloring of a graph with assigned colors, *Metody Diskret. Analiz. (Novosibirsk)*, 3–10, 1976.

PLANEJAMENTO DE CAMINHOS TRIDIMENSIONAIS COM RESTRIÇÕES ESPACIAIS PARA VEÍCULOS AÉREOS NÃO TRIPULADOS DE ASA FIXA

Davidson da Cunha Corrêa
Universidade Federal do Amazonas
Av. Gen. Rodrigo Otãvio J. Ramos, 3000 - Instituto de Computação
dcc2@icomp.ufam.edu.br

José Luiz de Souza Pio
Universidade Federal do Amazonas
Av. Gen. Rodrigo Otãvio J. Ramos, 3000 - Instituto de Computação
josepio@icomp.ufam.edu.br

RESUMO

Este trabalho aborda a construção de um planejador de caminho para navegação de um veículo aéreo não tripulado de asa fixa no espaço tridimensional. Considera-se que a navegação do veículo ocorre sobre regiões esparsas de florestas com restrição de voo devido à presença de obstáculos e às condições climáticas e ambientais. De maneira diferente das tradicionais, a metodologia aqui desenvolvida obtém pontos específicos em regiões do espaço tridimensional que favoreçam os critérios de segurança do voo e dirigibilidade da aeronave e que também atendam aos requisitos da missão. Testes experimentais por meio de simulação em diferentes cenários mostram à aplicabilidade do planejador de caminho em veículos aéreos não tripulados reais no atendimento a segurança e na melhoria do desempenho da missão.

PALAVRAS CHAVE. Planejamento de Caminhos, Veículos Aéreos, Navegação.

Área Principal: OC – Otimização Combinatória

1. Introdução

O problema abordado neste trabalho está relacionado com o planejamento de voo de Veículos Aéreos não Tripulados, ou VANT. Essas aeronaves são sistemas robóticos móveis dotados de certo nível de autonômia cuja locomoção ocorre no espaço aéreo tridimensional por meio de empuxo aerodinâmico, como os aviões ou helicópteros, ou por meio da flutuação, como os balões e dirigíveis. Planejar o movimento do VANT significa determinar um caminho que interpole um conjunto de pontos definidos no espaço de navegação focando no cumprimento da missão, mas respeitando exigências da mesma, impostas por meio de condições internas (restrições de movimento, consumo de combustível, capacidade de carga, e outros) e externas (fatores metereológicos, relevo da área de vôo, zonas de exclusão e outros) da aeronave (Carvalho, 2014).

O objetivo deste trabalho é encontrar um caminho para um VANT de asa fixa (o que restringe a capacidade de mobilidade do veículo aéreo) em missões de monitoramento e vigilância de vastas extensões de floresta. Esta abordagem utiliza um modelo de mundo tridimensional objetivando facilitar a determinação do melhor caminho a ser realizado pelo VANT. Leva ainda em consideração o estado do espaço aéreo, a detecção de obstáculos e os requisitos da missão da missão dispostos no plano de voo, como o sobrevoo de pontos de interesse (*waypoints*).

Embora alguns trabalhos sejam eficientes na geração de caminhos tridimensionais, suas abordagens apresentam elevado custo computacional e não encontram rotas realizáveis por VANTS com restrições de movimento(De Fillppis et al, 2014; Lin e Saripalli, 2014). Diferente das abordagens tradicionais (Chang e Huh, 2015; Altman et al, 2014) a metodologia aqui desenvolvida obtém

pontos específicos em regiões do espaço tridimensional que favoreçam os critérios de segurança do voo e dirigibilidade da aeronave e também atendam aos requisitos da missão.

2. Metodologia

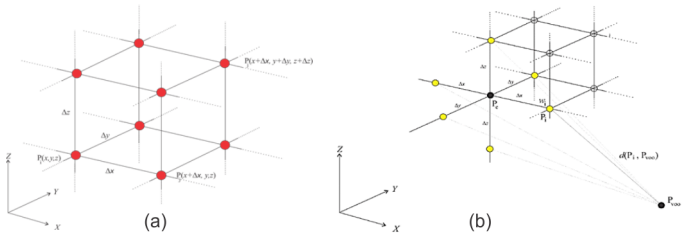

Figura 1: Uma região do espaço no modelo do mundo (a). O ponto de corrente P_c define o centro de uma vizinhança espacial (b).

O problema de planejamento de trajetórias pode englobar considerações de restrições geométricas, além de restrições físicas e temporais por abranger diversos aspectos como planejamento de movimento entre obstáculos estáticos e moveis, entre outros veículos aéreos e a aerodinâmica do próprio veículo. A obtenção do caminho é feita com base em um conjunto limitado de informações sobre o ambiente, descritas em um modelo de mundo, sobre a missão e sobre o plano de voo.

O plano de voo define a seqüência de manobras a serem executadas pela aeronave durante a missão. Um plano de vôo é constituído por diversas etapas especificadas normalmente pelas coordenadas de *waypoints* e por pontos de controle que caracterizam, por exemplo, o pouso e a decolagem. Etapas especificadas dessa forma são consideradas completas no momento de passagem da aeronave sobre esses pontos pré-determinados. O plano de voo é representado nesta metodologia por uma lista de coordenadas tridimensionais P_{voo}, que representa o conjunto de *waypoints* e pontos de controle específicos da missão.

2.0.1. O Modelo do Mundo

O modelo do mundo é a representação interna do ambiente de navegação e atuação do VANT. O modelo do mundo é definido por uma grade ocupacional regular multivolume. Essa estrutura consiste em uma grade tridimensional formada por um conjunto de pontos ortogonalmente espaçados por distâncias Δ_x, Δ_y e Δ_z (Figura 1-a).

Para cada ponto P_i da grade ocupacional é atribuído um peso w_i definido de uma escala que expressa às características daquela região do espaço do plano de vôo. Regiões livres do espaço possuem pesos muito baixos, próximos de um e regiões pertencentes a obstáculos possuem valor altos, próximos de n. Valores intermediários de w_i são representativos de graduações e condições meteorológicas, possibilitando a ponderação de ventos e chuvas entre fracos e fortes. Obstáculos assumem o valor n, o mais alto na escala. Valores altos mas menores que n são usuais para representar zonas de exclusão ou de restrição ao voo.

2.1. A Função Objetivo

O caminho de menor custo é obtido por meio de uma função objetivo que leva em consideração as características do ambiente e distancia percorrida pela aeronave em cada etapa da missão, formada por uma lista de pontos objetivos dados no plano de voo do VANT. O custo associado ao ambiente é ponderado com a distancia entre o ponto corrente e o ponto objetivo da etapa da missão.

$$C_{c,i} = w_i \times d(P_i, P_{voo}), \tag{1}$$

onde $C_{c,i}$ é custo associado ao movimento do VANT da posição corrente (ponto P_c) para uma posição P_i em uma vizinhança da grade ocupacional; w_i é o peso associado ao ponto P_i e $d(P_i, P_{voo})$ é a distância Euclidiana entre o ponto destino P_i e o ponto objetivo do plano de voo na etapa da missão P_{voo}.

A função objetivo deve considerar a soma das distâncias que minimizam o custo associado ao movimento do VANT no espaço tridimensional, que é dada por

$$f_{obj} = \min \left\{ \sum_{i=i}^{n} w_i \times d(P_i, P_{voo}) \right\}. \tag{2}$$

2.2. O Algoritmo $E3d^\star$

O Algoritmo $E3d^\star$(Euclidiano 3D-estrela), mostrado em seguida, é um algoritmo guloso que busca o caminho em uma grade regular tridimensional $Mundo$ a partir de um ponto de corrente P_c em ponto da vizinhança P_v da grade. Essa abordagem leva em consideração a minimização do custo relacionado entre a distância de P_v e o ponto definido no plano de P_{voo} ponderada pelo "peso"w_v associado ao ponto da vizinhança considerada.

Algoritmo 1: E3D*

Entrada:
P_{voo} % uma lista de pontos de referência
$Mundo$ % o modelo do mundo
Saída:
$Caminho$ % uma lista com as coordenadas do caminho

```
1  início
2      j ← 0 % índice para o ponto corrente
3      np ← #(P_voo); % número de pontos de referência
4      P_c(j) ← P_voo(j); % inicia a posição corrente
5      Mundo ← P_c(j); % aponta a posição corrente no mundo
6      Caminho ← Mundo;% o primeiro ponto do caminho
7      para cada P_voo(i) ∈ P_voo, i = 1, 2 ..., np faça
8          repita
9              para cada P_v(k), k = 1, 2, ..., nv em uma vinhança
                 Mundo(3 × 3 × 3) de nv pontos, centrada em P_c(j) faça
10                 P_c(j) ← P_v(k) para o qual min {w_v × d(P_v, P_voo)};
11             fim
12             Caminho ← P_c(j);
13             j ← j + 1;
14         até P_c(j) = P_voo(i);
15     fim
16 fim
17 retorna Caminho;
```

O algoritmo faz estimativas locais para definir que direção tomar de acordo com as possibilidades dentro da grade, buscando a melhor solução (não necessariamente a solução ótima) a fim de cumprir a missão no menor percurso possível e com segurança.

3. Experimentação e Resultados

Os experimentos foram realizados no ambiente MatLab 2015, em um coputador com CPU Intel Core i5, no sistema Operacional Windows 10. O modelo do mundo representado em um espaço $30 \times 30 \times 30$, simulando um ambiente voo sobre uma área de floresta, na qual o VANT deve sobrevoar pontos específicos em uma altura definida, simulando a presença de duas torres de transporte de energia, muito comum em partes da Amazônia. Foram determinados seis waypoints de sobrevoo obrigatório. Neste experimento testamos a robustez do algoritmo E3D* para geração de caminhos em uma área com pontos (pontos com o peso w_v alto) espalhados aleatoriamente. A Figura 2-a, ilustra o resulda do caminho obtido respeita as restrições de altura e transpõe convenientemente os obstáculos.

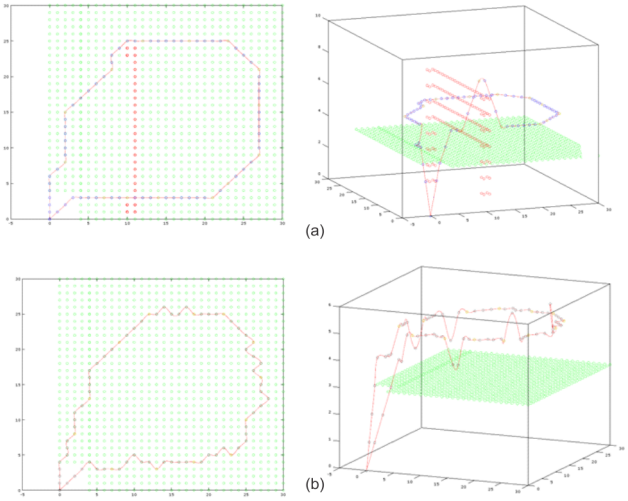

Figura 2: Visualização dos caminhos obtidos. A direita o traçado tridimensional e a esquerda a projeção do traçado no plano XY para a transposição de obstáculos (a) e para a obstrução de 80% do espaço de navegação com pontos intransitáveis (b).

A partir de 20% do ambiente de voo povoado por pontos intransitáveis, verificou-se o comprometimento para a geração de caminhos que possam garantir suavidade no traçado da curva. Mesmo com 80% do espaço de voo comprometido, o algoritmo E3D* ainda consegue gerar caminhos, mas a suavização do mesmo torna-se inútil. O tempo de processamento necessário pelo algoritmo E3D* para geração de caminhos também apresentou boa estabilidade variando de $0.26s$ a $0.32s$ para 20% e 80% do espaço povoado por pontos intransitáveis, respectivamente.

4. Conclusão

Este trabalho apresentou uma metodologia para o planejamento de caminhos tridimensionais aplicado à navegação de VANTs de asa fixa. Verificou-se por meio de simulação a viabilidade da aplicação da metodologia na navegação autônoma de VANTs em ambientes esparços com restrições espaciais sugeridas por áreas de voo restrito, alta vegetação, montanhas ou torres de transmissão de energia e outros obstáculos comuns na região Amazônica. A continuidade do trabalho tratará da adequação da função objetivo às características internas da aeronave (consumo de energia, velocidade, capacidade de carga, entre outros) e o desenvolvimento de técnicas de replanejamento do voo frente a um problemas inesperados.

Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES e ao CNPq pelo apoio recebido para o desenvolvimento deste trabalho.

Referências

Carvalho, E. N. *Planejamento de Caminhos Tridimensionais Para Veículos Aéreos Não Tripulados*, Dissertação de Mestrado, UFAM, 2014;

Chang, S. e Huh, U. *Curvature-continuous 3D Path Planning Using QPMI Method*, International Journal of Advanced Robotic Systems, 2015;

De Filippis, L. ,Guglieri, G. , Quagliotti, F. *Path Planning Strategies for UAVS in 3D Environments*, Journal of Intelligent and Robotic Systems January 2012, Volume 65, Issue 1, pp 247-264;

Lin, Y. Saripalli, S. *Path Planning Using 3D Dubins Curve for Unmanned Aerial Vehicles*. Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2014 International Conference, P296 – 304;

Altmann, A. Niendorf, M. Bednar, M. Reichel R. *Improved 3D Interpolation-Based Path Planning for a Fixed-Wing Unmanned Aircraft*, Journal of Intelligent and Robotic Systems September 2014, Volume 76, Issue 1, pp 185-197;

Problemas em grafos rotulados e seus algoritmos: rotulação graciosa e colorações com restrições de distâncias

Victória Patrícia Aires, Rosiane de Freitas
IComp/UFAM
Av. Rodrigo Otávio, nº 6.200, Campus Universitário Senador Arthur Virgílio Filho. Setor Norte do Campus Universitário Manaus - AM - CEP 69.077 – 000
{vpsa, rosiane}@icomp.ufam.edu.br

RESUMO

Neste trabalho de iniciação científica foram investigados problemas de rotulação em grafos, que consistem em atribuir rótulos, geralmente números inteiros, a vértices ou arestas, ou ambos, de modo a respeitar algumas restrições. Dentre tais problemas estão as rotulações graciosas e as colorações em grafos. Uma rotulação graciosa pode ser vista como um caso particular de coloração de vértices que respeita certa restrição de distância. Estas correlações foram exploradas neste projeto, sendo reescritas em detalhes as provas dos principais teoremas, bem como elaborados algoritmos de reconhecimento para grafos gerais e classes específicas, e, também, heurísticas gulosas para a determinação de soluções factíveis com uso do benchmark DIMACS.

PALAVRAS CHAVE. algoritmos, coloração em grafos, grafos rotulados.

Área Principal: TAG – Teoria e Algoritmos em Grafos

1. Introdução

A área de teoria dos grafos estuda as relações entre os elementos de um conjunto, em uma estrutura matemática principal conhecida por **grafos**. Deste modo, é dado um grafo $G = (V, E)$, onde V é o conjunto de **vértices**, que representam os objetos, e onde E o conjunto de **arestas**, representando os relacionamentos entre eles. Dependendo do problema em estudo, podem ser acrescentadas outras características a um grafo. A classe de **grafos rotulados** reúne aqueles que possuem rótulos nas arestas, vértices ou ambos, que geralmente são valores numéricos que podem representar pesos ou distâncias. Neste trabalho, foram investigados alguns problemas pertencentes a esta classe, sendo: grafos graciosos e problemas de coloração com restrições de distâncias.

2. Grafos Graciosos e Colorações com Restrições de Distâncias

A **rotulação graciosa**, descrita pela primeira vez por Rosa [Rosa(1967)], pode ser definida do seguinte modo: dado um grafo $G = (V, E)$, deseja-se atribuir um rótulo $f(v)$ para cada vértice v. Além disso, cada aresta uv deve ter como rótulo $|f(u) - f(v)|$. Não pode haver repetição de rótulos nas arestas e vértices e, ao final, os rótulos das arestas devem formar uma sequência $1, 2, ..., |E|$ e os dos vértices, estar no intervalo $0, 1, ..., |E|$. Um grafo que pode receber uma rotulação graciosa é dito **gracioso** [Gallian(2015)]. Estes grafos despertam muito interesse na literatura, em grande parte devido à **Conjectura da Árvore Graciosa**, que diz que toda árvore é um grafo gracioso. Apesar de simples, esta conjectura só teve sua validade provada para árvores de até 35 vértices [Fang(2010)]. Classes de grafos que já foram identificadas como graciosas são caminhos, grafos bipartidos completos, estrelas, rodas, os grafos completos K_2, K_3 e K_4 [Golomb(1974)], dentre outros.

Já o problema de **coloração com distâncias** tem sua origem na **geometria de distâncias** e é definido do seguinte modo: dado um grafo $G = (V, E, d)$, sendo d uma distância atribuída a cada aresta, deve-se encontrar uma cor $x(v)$ para cada vértice v, respeitando uma das seguintes restrições: $|x(i) - x(j)| = d_{ij}$ (caso chamado de **distâncias iguais**) ou $|x(i) - x(j)| \geq d_{ij}$ (caso chamado de **distâncias mínimas**). Esta classe de problemas foi resultado do trabalho de Bruno Raphael Dias, aluno de doutorado da orientadora deste projeto.

3. Contribuições do trabalho

Dados os problemas de rotulação graciosa e coloração com distâncias, neste trabalho o foco esteve em realizar, primeiramente, uma ampla revisão da literatura sobre problemas em grafos rotulados, com ênfase em grafos graciosos e rotulações/colorações com restrições de distâncias, além das aplicações práticas que estes problemas possuem. Isto serviu de base para a compreensão e reescrita de alguns teoremas relacionados aos problemas em estudo, como os teoremas que provam que certas classes de grafos sempre podem receber rotulações graciosas (grafos caminhos, estrela, bipartidos completos) e que árvores sempre tem solução factível no caso da coloração com distâncias iguais. Além disso, houve colaboração com a tese de doutorado do aluno Bruno Dias, no intuito de compreender resultados identificados anteriormente, o que possibilitou alguns resultados adicionais como a elaboração de prova de NP-completude para grafos ciclo no problema de coloração com distâncias iguais.

Posteriormente, foram elaborados algoritmos de reconhecimento de rotulação graciosa para grafos gerais e de rotulação para classes específicas de grafos. Para a coloração com distâncias mínimas, foram elaborados algoritmos utilizando heurísticas gulosas, realizando testes no *benchmark* DIMACS, com as instâncias GEOM (relacionadas a problemas em grafos rotulados nos vértices e/ou arestas), disponíveis na página de Michael Trick [Trick(2004)].

4. Considerações finais

Este projeto de pesquisa abordou aspectos de grafos rotulados a partir do estudo de grafos graciosos e colorações especiais, com restrições de distâncias associadas.

Foram reescritas provas de teoremas, elaborada uma prova de NP-completude, bem como adaptados e elaborados algoritmos heurísticos, com uso de *benchmark* da literatura. Como projetos futuros, pretende-se continuar investigando os problemas de coloração com distâncias, analisando outras restrições e os relacionando aos grafos graciosos. Já está em andamento o estudo e aplicação de propriedades de semi e quase (*quasi* e *almost*) grafos graciosos, como contribuição no entendimento da conjectura de que árvores são graciosas.

Agradecimentos

Agradecemos à UFAM e ao CNPq pelo apoio através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica, no período de 2015/2016, possibilitando a execução deste projeto de iniciação científica.

Referências

Dias, B. R. C., de Freitas Rodrigues, R., e Filho, N. M. (2012). Alocação de canais em redes celulares sem fio: algoritmos e modelos teóricos em grafos e escalonamento. In *SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisas Operacionais*.

Fang, W. (2010). A computational approach to the graceful tree conjecture.

Gallian, J. A. (2015). A dynamic survey of graph labeling. *The Electronic Journal of Combinatorics*.

Golomb, S. W. (1974). The largest graceful subgraph of the complete graph. *The American Mathematical Monthly, 81(5):499–501*.

Rosa, A. (1967). On certain valuations of the vertices of a graph. *Theory of Graphs (Internat. Symposium, Rome, July 1966)*.

Trick, M. (2004). Graph coloring and its generalizations. http://mat.gsia.cmu.edu/COLOR03/. Acesso em: 04/2016.

Processo de planejamento de produção sob demanda com escalonamento Just-in-time em máquinas paralelas

Rainer Xavier de Amorim, Rosiane de Freitas
ICOMP/UFAM Instituto de computação - Universidade Federal do Amazonas
{rainer, rosiane}@icomp.ufam.edu.br

RESUMO

Nesta pesquisa é apresentado um estudo sobre problemas de escalonamento com penalidades de antecipação e atraso em máquinas paralelas, considerando tarefas independentes, ponderadas e de tempos de execução arbitrários. O critério de otimização em investigação modela condições importantes do mundo real, além de ser de grande interesse teórico. Assim, os critérios que consideram restrições de antecipação e atraso são o foco de interesse neste trabalho, também conhecido na literatura como escalonamento *Just-in-time (JIT)*, cuja produção deve ter o mínimo de atraso possível e deve ser feita sob demanda a fim de se evitar custos de estoque de itens produzidos e matérias primas. Estratégias algorítmicas aproximadas de otimização global baseadas em heurísticas de busca local e técnica de reconexão de caminhos foram desenvolvidas. Métodos de enumeração implícita foram estudados e aplicados aos problemas em questão através do resolvedor de programação linear inteira CPLEX com o objetivo de comparar os resultados para máquinas paralelas. Os experimentos computacionais realizados apresentam resultados para 40, 50, 100, 150 e 200 tarefas, envolvendo 2, 4 e 10 máquinas paralelas idênticas.

PALAVRAS CHAVE. algoritmos, escalonamento Just-in-time, programação inteira, teoria de escalonamento.

Área Principal: Otimização Combinatória

1. Introdução

Os problemas que consideram datas de término na execução de tarefas, vêm sendo estudados desde a década de 1970 e constituem uma das principais vertentes de pesquisa sobre a classe geral de problemas de escalonamento [Eilon and Chowdhury, 1977], [Józefowska, 2007], [Sourd and Kedad-Sidhoum, 2008], [Pinedo, 2012], [Tanaka, 2012], tanto pela grande representatividade de situações reais, quanto pela maior complexidade teórica envolvida. Especialmente, o estudo de problemas de escalonamento que consideram simultaneamente penalidades de antecipação e atraso na execução de tarefas foi motivado pela adoção nas indústrias de processos produtivos com o conceito de produção sem folga (nem antes nem depois da data de término estipulada). Esta ideia ficou conhecida como *Just-in-Time* (JIT), tal sistema tem como objetivo a melhoria do processo produtivo e fluxo de manufatura, eliminação de estoques e desperdícios [Leung and Anderson, 2004].

2. Descrição do problema

O problema de escalonamento em questão ($P||\sum \alpha_j E_j + \sum \beta_j T_j$) é NP-Difícil, pois faz parte de uma generalização do problema $1|d_j|\sum T_j$, que é NP-Difícil [Du and Leung, 1990], e são formalizados da seguinte forma: seja $j = \{1, ..., n\}$ um conjunto de tarefas que podem ser processadas em um ambiente monoprocessado ou em um conjunto de máquinas paralelas idênticas $M = \{1, ..., m\}$, sem preempção. Cada máquina pode processar pelo menos uma tarefa, sendo uma por vez, e todas as tarefas devem ser processadas. Cada tarefa j possui um tempo de processamento positivo (*processing time*) p_j, um prazo de termino sugerido (*due date*) d_j e um peso positivo (*weight*) w_j. A antecipação de uma tarefa j é definida como $E_j = \max\{0, d_j - C_j\}$, por outro lado, o atraso de uma tarefa j é definido como $T_j = \max\{0, C_j - d_j\}$, onde C_j é o tempo de completude de cada tarefa.

3. Estratégia algorítmica proposta

Existe uma ampla e crescente quantidade de trabalhos sobre escalonamento JIT, também conhecido como escalonamento com penalidades de antecipação e atraso. Incluindo revisões da literatura e estratégias algorítmicas exatas e heurísticas. Os métodos apresentados nesta pesquisa contam com uma adaptação do algoritmo de *busca local iterada* [deFreitas et al., 2008]. A segunda estratégia algorítmica proposta envolve *busca local iterada com a técnica de reconexão de caminhos*, cujo objetivo é encontrar melhores soluções no espaço de busca formado entre dois ótimos locais. As outras duas estratégias propostas foram baseadas em otimização global com busca múltipla utilizando o *Algoritmo Genético* como base, mas também incluindo busca local e reconexão de caminhos. O objetivo é verificar qual técnica atinge melhores resultados para instâncias de tamanho maior, considerando um conjunto de soluções diversificadas em cada iteração.

4. Considerações finais

Além dos métodos aproximados propostos, também foram realizados experimentos computacionais com o algoritmo *branch-and-cut* da ferramenta IBM/ILOG CPLEX 12.6.3, que contou com a implementação de uma formulação de programação inteira proposta para o problema com máquinas paralelas, baseada no modelo de fluxo em redes para a sequência de tarefas em cada máquina. Foram obtidos resultados para instâncias de até 200 tarefas em 2, 4 e 10 máquinas. A continuação da pesquisa está contando com experimentos envolvendo formulações matemáticas da literatura para o problema e o desenvolvimento de um sítio da internet para a classificação dos problemas de escalonamento.

Agradecimentos

Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM) pelo apoio financeiro.

Referências

deFreitas, R., Pessoa, A., Uchoa, E., and Poggi, M. (2008). Heuristic algorithm for the parallel machine total weighted tardiness scheduling problem. *Relatórios de pesquisa em engenharia de produção*, 8:1–12.

Du, J. and Leung, J. Y. (1990). Minimizing total tardiness on one machine is NP-Hard. *Mathematics of Operations Research*, 15:483–495.

Eilon, S. and Chowdhury, I. G. (1977). Minimising waiting time variance in the single machine problem. *Management Science*, 23:297–313.

Józefowska, J. (2007). *Just-in-Time Scheduling: Models and Algorithms for Computer and Manufacturing Systems*. International Series in Operations Research & Management Science. Springer.

Leung, J. Y.-T. and Anderson, J. H. (2004). *Handbook of scheduling: algorithms, models and performance analysis*. Chapman and Hall/CRC.

Pinedo, M. L. (2012). Scheduling: Theory, algorithms, and systems. *Springer Publishing Company, Incorporated*, 4a ed.:1–104.

Sourd, F. and Kedad-Sidhoum, S. (2008). A faster branch-and-bound algorithm for the earliness-tardiness scheduling problem. *J. of Scheduling*, 11(1):49–58.

Tanaka, S. (2012). An exact algorithm for the single-machine earliness-tardiness scheduling problem. *Springer Optimization and Its Applications*, 60:21–40.

Técnicas de Pesquisa Operacional para o Planejamento da Alocação de Canais em Redes Celulares e Cognitivas

Bruno Dias, Rosiane de Freitas
Instituto de Computação - Universidade Federal do Amazonas
Manaus/AM - Brasil
{bruno.dias, rosiane}@icomp.ufam.edu.br

RESUMO

Problemas de alocação de canais consistem na atribuição de um canal para cada chamada efetuada levando-se em conta restrições de separação entre as estações transmissoras de cada chamada, de forma a eliminar ou diminuir a interferência utilizando a menor porção possível do espectro eletromagnético. Apesar da motivação prática, tais problemas também apresentam grandes desafios teóricos, devido a sua relação com outros problemas computacionais clássicos, os quais são bastante estudados na literatura. Neste trabalho, é feito um estudo sobre tal classe de problemas, incluindo modelos teóricos baseados em colorações de grafos e geometria de distâncias, formulações de programação inteira e por restrições, além de algoritmos exatos baseados em enumeração implícita e aproximados baseados em busca local. Os resultados obtidos incluem a identificação de casos especiais cuja solução ótima pode ser eficientemente encontrada, além de experimentos computacionais com instâncias clássicas, onde é possível observar o comportamento empírico dos métodos utilizados.

PALAVRAS CHAVE. Algoritmos, telecomunicações, colorações em grafos, geometria de distâncias, programação inteira, programação por restrições.

Área Principal: Otimização Combinatória.

1. Introdução

Nos últimos anos, o número de usuários de sistemas móveis tem aumentado de maneira bastante expressiva, tornando necessária a expansão das redes de serviços de conexão sem fio. O aumento do uso de celulares e *tablets*, além do crescimento da chamada computação vestível, que tem levado ao surgimento da Internet das coisas, tem demandado cada vez mais capacidade das redes móveis para comportar a maior utilização sem diminuir a qualidade do serviço. Estima-se que até o primeiro trimestre de 2016 havia 7,4 bilhões de assinaturas registradas do serviço de telefonia móvel (Ericsson, 2016). Para garantir a qualidade, é necessário um uso mais eficaz do espectro eletromagnético, de forma que todos os usuários acessem o serviço de telefonia móvel celular, atendendo às demandas dos diversos tipos de aplicações em uso atualmente, como voz e SMS, e evitando potenciais interferências (Audhya et al., 2011). Assim, torna-se importante determinar a melhor ocupação possível do espectro, que é o objetivo do Problema de Alocação de Canais.

2. Definição do problema

Pode-se definir formalmente o problema como se segue (Koster, 1999; Audhya et al., 2011; Dias, 2014). Existe um conjunto de n estações de rádio base (ERBs), onde a i-ésima ERB tem uma demanda de d_i canais, que corresponde à quantidade de chamadas daquela estação. Cada chamada necessita de um canal para sua realização. Com isto, tem-se que para todo par (i, j) de ERBs que possam interferir entre si, onde f é algum dos canais alocados para i, e g é algum dos alocados para j, existe um valor d_{ij} (a distância de separação) para o qual a condição $|f - g|$ OP d_{ij} deve ser respeitada, onde OP é $\geq$ em caso de comunicação unidirecional e $=$ se for bidirecional (Murphey et al., 1999). A separação necessária entre canais alocados a uma estação i é denotada por d_{ii} e, geralmente, é maior que a separação entre canais de ERBs diferentes devido à proximidade geográfica dos dispositivos. Os valores d_{ij} definem a matriz de interferências da rede. O conjunto de todos os canais disponíveis para alocação na rede é denotado por F. A utilização dos mesmos, ou seja, do espectro eletromagnético, deve ser minimizada.

3. Métodos utilizados

Neste trabalho, diversas técnicas foram aplicadas ao problema da alocação de canais. Modelos teóricos baseados em colorações especiais em grafos e escalonamento de tarefas foram utilizados para representação do problema, onde as chamadas correspondem a vértices de um grafo ou tarefas de um escalonamento e os canais em si correspondem a cores ou instantes de tempo (Dias et al., 2012). Outro modelo usa geometria de distâncias, onde cada estação deve ser posicionada na reta dos números naturais (ou seja, em $\mathbb{R}^1$, mas considerando apenas pontos inteiros maiores que zero), respeitando a distância de separação necessária para as estações vizinhas (Dias et al., 2013b).

Dentre os métodos para solução do problema, tem-se um modelo de programação inteira mista onde há uma variável binária para cada par de canal e ERB, e as restrições são elaboradas pelas relações entre tais variáveis de acordo com a definição do problema. Outro método envolve programação por restrições, onde as definições dos modelos de coloração em grafos e geometria de distâncias são transportadas para a formulação, e é usada a restrição global *AllDifferent* para canais de uma mesma estação (Dias et al., 2016). Todas as formulações foram implementadas usando a ferramenta IBM/ILOG CPLEX e seu componente CP Optimizer. Além de tais formulações, também há um algoritmo de enumeração implícita *branch-prune-and-bound* que utiliza o modelo de geometria de distâncias e monta soluções determinando o menor canal possível para cada estação descartando uma solução parcial caso a mesma seja infactível ou caso o seu valor de função objetivo seja maior que o da solução incumbente atual. Como métodos aproximados, tem-se uma heurística gulosa construtiva e uma meta-heurística *simulated annealing* (Dias et al., 2013a).

4. Considerações finais

Neste trabalho, foi realizado um estudo do problema de alocação de canais, envolvendo modelos teóricos em grafos e escalonamento, programação inteira e por restrições, além de algorimos exatos e aproximados. Os métodos apresentados foram aplicados em instâncias clássicas da literatura, onde foi possível obter soluções iguais ou melhores às já existentes, além de fornecer, como contribuição adicional, a confirmação de diversos ótimos para tais instâncias.

Referências

Audhya, G., Sinha, K., Ghosh, S., e Sinha, B. A survey on the channel assignment problem in wireless networks. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 11:583–609, 2011.

Dias, B. Modelos teóricos e algoritmos para a otimização da alocação de canais em redes móveis sem fio. Master's thesis, Universidade Federal do Amazonas, Brasil, 2014.

Dias, B., Freitas, R., e Maculan, N. Alocação de canais em redes celulares sem fio: algoritmos e modelos teóricos em grafos e escalonamento. In *Anais do XVI Congreso Latino-Iberoamericano de Investigación Operativa / XLIV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional, 2012.

Dias, B., Freitas, R., e Maculan, N. *Simulated annealing* para a alocação de canais em redes móveis celulares. In *Anais do XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional, 2013a.

Dias, B., Freitas, R., e Szwarcfiter, J. On graph coloring problems with distance constraints. In *Proceedings of I Workshop on Distance Geometry and Applications (DGA 2013)*, 2013b.

Dias, B., Freitas, R., Maculan, N., e Michelon, P. Constraint and Integer Programming Models for Bandwidth Coloring and Multicoloring in Graphs. In *Anais do XLVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional, 2016.

Ericsson. Mobility Report - June 2016. `http://www.ericsson.com/traffic-market-report`, Junho 2016.

Koster, A. *Frequency assignment: models and algorithms*. PhD thesis, Universiteit Maastricht, the Netherlands, 1999.

Murphey, R. A., Pardalos, P. M., e Resende, M. G. C. Frequency Assignment Problems. In *Handbook of Combinatorial Optimization*, pages 295–377. Kluwer Academic Publishers, 1999.

Um método exato em programação dinâmica para o problema da cadeia de caracteres mais próxima

Omar Latorre Vilca, Rosiane de Freitas
ICOMP/UFAM Instituto de computação - Universidade Federal do Amazonas
{omarlatorre, rosiane}@icomp.ufam.edu.br

RESUMO

O problema da cadeia de caracteres mais próxima (do inglês, *Closest String problem* - CSP) é um problema NP-difícil que consiste em encontrar uma sequência de caracteres que minimize a distância máxima de Hamming a partir de um dado conjunto de *strings*, possuindo aplicações práticas em biologia computacional no alinhamento múltiplo de sequências de DNA e na detecção de alterações em versões de páginas web. Neste trabalho são comparados dois algoritmos para o problema, que são: um algoritmo de força bruta e outro algoritmo baseado na programação dinâmica aplicada ao CSP. A contribuição apresentada é um novo algoritmo exato para o CSP, fruto de um trabalho prévio, que demonstrou ser eficiente para instâncias menores. Assim, os resultados dos algoritmos são comparados com a implementação de uma formulação matemática em programação inteira, que foram testados com instâncias da literatura.

PALAVRAS CHAVE. algoritmos, programação dinâmica, distância de *Hamming*, programação inteira.

Área Principal: (Otimização Combinatória)

1. Introdução

Problemas de seleção de cadeias de caracteres (*strings*) possuem grande importância nas áreas de biologia computacional, teoria de códigos e aplicações Web, por exemplo. Um destes problemas é conhecido como o problema da cadeia de caracteres mais próxima (do inglês, *Closest String problem* - CSP) e pode ser definido como: dado um conjunto finito $S = \{s^1, s^2, \ldots, s^n\}$ com n *strings*, todas de mesmo tamanho m, sobre um alfabeto Γ, deseja-se encontrar uma *string* x, de tamanho m, sobre Γ, de tal forma a minimizar o valor de d, tal que para toda *string* $s^i \in S$ tem-se $d_H(x, s^i) \leq d$. Por $d_H(x, s)$ indica-se a distância de *Hamming* entre as strings x e s, sendo calculada calculando-se o número de posições em que as duas *strings* diferem. Por exemplo, se $x = ATT$ e $s = GCT$, então $d_H(x, s) = 2$, pois x e s diferem na primeira e segunda posição. Este problema tem aplicação prática em criptografia, no envio de messagens criptografados, e daí vem o grande interesse prático em encontrar métodos para melhor resolvê-lo. Esse problema pertence a classe NP-difícil e são conhecidos algoritmos exatos e de aproximação para o mesmo. [Meneses et al., 2005, Vilca, 2013, Vilca and Meneses, 2012].

2. Submissão do Resumo Estendido

Este trabalho visa apresentar uma visão geral deste problema e um método exato. Um algoritmo com parâmetro fixado é uma alternativa para lidar com problemas NP-difíceis, a ideia é criar um algoritmo exato isolando o termo exponencial a um parâmetro específico, quando o valor deste parâmetro é pequeno, o algoritmo executa instâncias pequenas em tempo polinomial, com o intuito que este parâmetro seja pequeno na prática. Assim um algoritmo de força bruta com complexidade de tempo $\mathcal{O}(|\Sigma|^m n)$ e outro algoritmo exato em programação dinâmica com complexidade de tempo $\mathcal{O}(2^n m|\Sigma|)$, já apresentado em trabalho prévio [Vilca and de Freitas, 2016a, Vilca and de Freitas, 2016b, Vilca and de Freitas, 2016c]. Além disso quando é fixado o parâmetro

n-*strings*, tem um tempo polinomial, foi apresentado uma formulação em programação linear inteira com resultados usando a ferramenta CPLEX. Tais algoritmos foram comparados usando-se instâncias da literatura.

Referências

Meneses, C., Oliveira, C., and Pardalos, P. (2005). Optimization techniques for string selection and comparison problems in genomics. *Engineering in Medicine and Biology Magazine, IEEE*, 24(3):81–87.

Vilca, O. L. (2013). Métodos para problemas de seleção de cadeias de caracteres. Master's thesis, Universidade Federal do ABC, Santo André, São Paulo.

Vilca, O. L. and de Freitas, R. R. (2016a). An algorithm in dynamic programming for the closest string problem. *CLAIO 2016*, 1(1):1 – 8.

Vilca, O. L. and de Freitas, R. R. (2016b). An efficient algorithm for the closest string problem. *CSBC-1ETC 2016*, 1(1):1–3.

Vilca, O. L. and de Freitas, R. R. (2016c). An exact method for the closest string problem. *SPSAS-ACO 2016*, 1(1):1.

Vilca, O. L. and Meneses, C. N. (2012). Planos de corte e heurísticas para o closest string problem. *CLAIO - SBPO 2012*, 1(1):3306–3314.

Aplicação de otimização e organização da Balsa Amarela no Porto da Manaus Moderna

Alexia Mara Moledo Mamed
Henrique Augusto Mota Cavalcante
Universidade do Estado do Amazonas
Avenida Darcy Vargas, 1200- Parque 10 Manaus
{ammm.eng, hamc.eng}@uea.edu.br

RESUMO

Devido à sua dimensão e logística, o Estado do Amazonas, principalmente as cidades interioranas, tem um grande problema no ramo de transporte de cargas e passageiros. Por ser uma região rica em hidrovias, o meio fluvial é certamente o mais indicado para realizar esse transporte. Dessa forma, é grande a procura por barcos e lanchas nos portos da capital. A balsa amarela do Porto da Manaus Moderna, no centro da cidade, apresenta grande fluxo de pessoas em busca desse serviço. Contudo, há ainda fluxo de mercadorias para os mercados Adolfo Lisboa, Mercado da Banana e carros que trafegam na área, causando um tráfego caótico. As embarcações que suprem a necessidade das cidades interioranas costumam ser repletas de irregularidades. Com a balsa não é diferente, no que diz respeito a irregularidades de segurança dos passageiros que trafegam pelo local, à logística de alocação das embarcações e, principalmente, à completa desorganização no embarque e desembarque de mercadorias, o que gera grandes dificuldades no escoamento desses produtos. Em virtude desses aspectos, este trabalho propõe um novo layout organizado para a balsa que maximize suas funções e minimize a insegurança de quem necessita desse serviço, facilitando o acesso às informações de horários e dias de embarques e desembarques de passageiros e mercadorias.

PALAVRAS-CHAVE. Otimização de Layout , Balsa Amarela.

Área Principal: Logística e Transporte.

Aplicação de Teoria das Filas em Vias de Entrada e Saída de Um Conjunto do Município de Manaus – Amazonas

Vinícius de Souza Lima, Felipe Oliveira da Silva
Jonathan da Silva Moreira, Isabelle Lorrande Maria Sarges de Lima
Universidade Federal do Amazonas
Av. Gen. Rodrigo Otávio, 5614 - Petrópolis, Manaus - Amazonas
{vnlima9, felipe.oliveira313, jonathansilva48079, sargesisabelle19}@gmail.com

RESUMO

Os cidadãos das metrópoles brasileiras enfrentam diariamente a difícil tarefa de se locomover pelas avenidas movimentadas de suas cidades. A má projeção dos sistemas viários é uma das principais causas de congestionamento no trânsito. O presente estudo analisou através de Teoria das Filas, a problemática que se aloja no cruzamento das Avenidas Max Teixeira e Francisco Queiroz, na entrada do bairro Manôa, na zona norte de Manaus. Durante a pesquisa de campo, foi possível verificar que as principais causas da retenção no tráfego de veículos nesta área ocorrem em virtude dos horários de entrada e saída de alunos nas diversas escolas localizadas próximo à área estudada, além de ruas estreitas que comportam grande fluxo de carros, motoristas imprudentes, falta de reaproveitamento de vias ociosas e semáforos inteligentes. Estes fatores acarretam engarrafamentos nas vias que ligam os bairros periféricos ao centro da cidade, ainda nas primeiras horas do dia. Pelo fim da tarde, com o retorno destes indivíduos às suas casas, forma-se novo congestionamento no sentido das vias que levam aos bairros. O estudo sugeriu melhorias para o sistema de trânsito daquele local, visando a diminuição de filas que geram congestionamento no mesmo, visando também, possível modificação no sistema viário do mesmo.

PALAVRAS CHAVE: Avenidas, Congestionamento, Teoria das Filas

Área Principal: L&T - Logística e Transportes

Detecção e Combate à Redes Terroristas em Ambientes de Redes Sociais

Nadny Maciel Dantas, Samantha Correa Leite,
Victória Patrícia Aires, Fabíola Nakamura
IComp/UFAM
Av. Rodrigo Otávio, nº 6.200, Campus Universitário Senador Arthur Virgílio Filho. Setor Norte
do Campus Universitário Manaus - AM - CEP 69.077 – 000
{nmd, scl, vpsa, fabiola}@icomp.ufam.edu.br

RESUMO

O uso da Internet, principalmente das redes sociais, para fins de terrorismo cresce a cada dia. Os grupos terroristas utilizam estes meios para fazer propaganda, recrutamento, incitar atos de terrorismo, obter financiamento, treinamento e planejar ataques.

Combater a ação destes grupos neste ambiente é um desafio, uma vez que a própria estrutura das redes sociais é complexa e estas atingem cada vez mais pessoas. Uma possível abordagem para isto é utilizar as ferramentas de detecção de comunidades em redes sociais e minimização de disseminação de infecções.

Detecção de comunidades em redes sociais é o nome dado ao processo de, dada uma rede social, identificar grupos de usuários neste ambiente que não estejam diretamente conectados. Estes grupos são denominados comunidades e podem apresentar estruturas hierárquicas. Neste projeto, o objetivo é identificar uma comunidade terrorista em ambientes de redes sociais.

O problema da disseminação de infecções define-se como, dada uma rede, existe uma infecção que se propaga por ela através de nós infectados. Para este projeto, o problema é modelado como um grafo $G = (N, A)$, onde N é o conjunto de todas as pessoas pertencentes à rede e A é o conjunto de ligações que essas pessoas possuem entre si, como por exemplo, amizade em uma rede social, participação em fóruns, seguidores de um determinado *blog*. Dentro desta rede N (comunidade terrorista), as pessoas serão classificadas em: pessoas infectadas (os terroristas) e pessoas não infectadas, que são sensíveis à infecção (o terrorismo).

Assim, neste trabalho pretendemos utilizar estas ferramentas em ações de contraterrorismo. O processo de detecção de comunidades permite a identificação de uma rede terrorista. Posteriormente, é possível identificar nós influentes desta rede e minimizar a influência dos mesmos neste ambiente, de forma análoga à minimização da disseminação de infecções. Desta forma, apresentaremos os principais algoritmos, métodos e modelos matemáticos relacionados a estes problemas, relacionando-os a suas aplicações como métodos em ações de combate ao terrorismo.

PALAVRAS CHAVE. Redes Terroristas, Detecção de Comunidades, Disseminação de Infecções.

Área Principal: OC – Otimização Combinatória, TAG – Teoria e Algoritmos em Grafos

Geração de pontos estratégicos para Unidades Básica de Saúde Rural que são atendidas pela Unidade Básica de Saúde Fluvial do município de Manaus

Erick da Silva Farias
Lucas Honda de Sousa Magalhães
Renata da Encarnação Onety
Universidade do Estado do Amazonas
Avenida Darcy Vargas, 1200 - Parque 10 Manaus
erick.fahesf@gmail.com
lucashondasousa@gmail.com
ronety@uea.edu.br

RESUMO

No estado do Amazonas existem 15 principais rios, nos quais existem comunidades ribeirinhas (áreas habitadas ao longo dos rios). Tradicionalmente, as comunidades ribeirinhas são compostas de vários agrupamentos familiares, em casas de madeiras, adaptadas ao sistema de cheias e vazantes dos rios, dispersas ao longo de um percurso fluvial. As comunidades localizadas nas margens do Rio Negro e Rio Amazonas, próximas ao município de Manaus são atendidas pela UBSF do município. O objetivo deste trabalho é implementar técnicas de otimização através da utilização de algoritmos. Isso permitirá, por exemplo, distribuir os pontos ótimos para a alocação das UBSFs e ampliar a quantidade de pessoas atendidas por viagem sem implicar em aumentá-las. A metodologia a este estudo baseou-se na implementação de algoritmos k-means e NN (Nearest Neightbour) para resolver localização de facilidades e o problema do caixeiro viajante. Apresenta-se no trabalho uma discussão acerca dos resultados obtidos em relação a atual forma de distribuição existente. A primeira etapa foi utilizado o programa Google Earth para mapear as UBSR's, como suas coordenadas geográficas e as distâncias entre as UBSR's que são atendidas pela UBSF do município de Manaus. Depois do mapeamento foi utilizado o algoritmo k-means. O algoritmo foi implementado a fim de identificar pontos centrais considerados estratégicos para o atendimento em cada braço de rio. Utilizou-se o calculo da distância euclidiana para, inicialmente, calcular a distância entre cada os pontos e o ponto estratégico, e o centro desse agrupamento recalculando o novo centro, através de uma média ponderada, onde, o peso de cada ponto seria a população. Após o cálculo do ponto central, baseou-se no PCV (Problema do Caixeiro Viajante) para se apresentar uma possível solução de rota a ser percorrida pela UBSF. Foi utilizado um algoritmo guloso do vizinho mais próximo (Nearest Neighbour). Quando se está em um determinado vértice, posteriormente é verificada a aresta com menor peso. Os experimentos realizados neste projeto representam um mapeamento relevante aos atendimentos de saúde realizados por embarcações em comunidades localizadas à beira dos Rios Negro e Amazonas. Os estudos de ferramentas clássicas para problemas de otimização auxiliam nesse mapeamento. Portanto percebe-se a aplicação do algoritmo NN para o PVC no cenário hipotético encontra caminhos menores que o caminho gerado nas UBSR's atuais no trecho do Rio Amazonas Isso permite ainda investigar o cenário do atendimento de saúde básico da UBSF do município de Manaus. Espera-se, em trabalhos futuros, alcançar-se os mapas de navegação reais dos sistemas da UBSF de Manaus a fim de se comparar com os resultados obtidos nos algoritmos propostos.

Palavras-chave: Otimização, Pontos Ótimos, Comunidades Ribeirinhas.

Área Principal: PO na Área de Saúde.

Método Simplex aplicado na redução de custos da produção de massa para pizza

Rosimeire Freires Pereira Oliveira, Walter Seiffert Simões
Centro Universitário do Norte – UNINORTE
rosimeirefpol@yahoo.com.br
waltersimoes@gmail.com

RESUMO

Atualmente a pesquisa operacional é um recurso bastante empregado pelas grandes empresas para a observação da maximização dos lucros ou minimização dos desperdícios. Entretanto, este recurso não é muito conhecido e aplicado por empresas de pequeno porte, que acabam utilizando como critério de definição de suas produções de produtos ou serviços a tentativa e erro, que em muitos casos leva a conclusões equivocadas. Este trabalho propõe uma abordagem de pesquisa operacional voltada a uma empresa de pequeno porte fabricante de massas de pizza. A estratégia consiste na aplicação da formulação da programação linear para definir a maximização do lucro e a definição das restrições, levantando os recursos necessários e do simplex para localizar o valor ótimo. Para a formulação da função objetivo considerou-se que os dois produtos mais importantes para esta pequena empresa são as massas de tamanhos médio (x1) e brotinho (x2). As restrições identificadas são relacionadas aos recursos trigo, fermento, sal e açúcar em Kg, água e óleo em litros, e mão de obra em homens x hora. A participação no lucro de cada unidade de produto é R$ 2 e R$ 1 para x1 e x2. Os resultados encontrados para uma produção mais próxima da maximização do lucro da empresa e trazendo-o ao valor de R$ 60.000,00 (de acordo com os dados obtidos através da resolução do problema de programação linear pelo método simplex), o mais aconselhável seria seguir somente uma linha de produção, ou seja, a massa de pizza tamanho médio devido ao mesmo proporcionar maior lucro com a produção de 100 lotes por mês. A massa de pizza tamanho brotinho, de acordo com a solução encontrada, não deveria ser produzido por não gerar grande impacto na maximização do lucro da empresa. Entretanto o mercado é um pouco diferente, em questões estratégicas e por ter uma grande demanda pelo produto X2 (massa de pizza tamanho brotinho), ocorre a produção do produto com o intuito de atender àqueles clientes desta que demanda. Como a retirada do produto X2 não pode acontecer, e este por sua vez tem participação irrisória na maximização do lucro, a sugestão seria de fazer investimentos para aperfeiçoar a parte do sistema produtivo que trabalha com a produção da massa para pizza tamanho médio, considerado o "carro chefe" da empresa. No presente estudo, a Pesquisa Operacional, mostrou-se uma importante ferramenta de otimização de lucro. Com a aplicação do método simplex é possível montar um problema envolvendo todas as espécies de produtos fabricados nas empresas proporcionando uma visão através da programação linear se os estoques disponíveis são suficientes, e a partir dos resultados encontrados, determinar se há necessidade de melhorias no processo.

PALAVRAS CHAVE. Programação linear, Pesquisa operacional, Simplex.

Otimização através do sequenciamento de cargas e passageiros em embarcações da Amazônia utilizando métodos de programação linear

Leonardo da Silva Oliveira,
Paulo Giovanni de Sousa Carvalho, Ramel Cerveira Weber
Universidade do Estado do Amazonas Avenida Darcy Vargas, 1200 - Parque 10 Manaus
{lso.eng, pgdsc.eng, rcw.eng}@uea.edu.br

RESUMO

O cenário atual na região Amazônica traz perspectivas positivas para o crescimento cada vez maior do transporte fluvial. Visto que para grande parte da população ribeirinha da região, ou seja, povos vivem nas margens dos rios, este modal se torna a única alternativa de acesso aos serviços básicos como saúde, educação e assistência social. Portanto, as frotas que operam nesses serviços necessitam ser utilizadas de maneira segura e eficiente. No entanto, muitas das embarcações que realizam esses serviços encontram-se em condições precárias e não oferecem a devida segurança e conforto aos passageiros. Além disso, a distribuição das cargas e passageiros muitas vezes é feita de forma equivocada, como por exemplo, não são respeitados os limites de capacidade e a organização dos viajantes e suas respectivas bagagens não proporcionam uma maior facilidade de embarque e desembarque. Esses problemas têm ocasionado vários acidentes e perca de tempo que poderiam ser evitados com a tomada de medidas de segurança e com a otimização no uso do espaço das embarcações e métodos de sequenciamento na organização das cargas. A partir disso, com o estudo e análise da frota seria possível escolher a melhor distribuição dos passageiros e cargas na embarcação dentro dos seus limites de capacidade fornecendo maior segurança, conforto e rapidez nas operações. E com base em cálculos de otimização e aplicação de métodos de sequenciamento organizacional, pode-se determinar a máxima quantidade de carga e passageiros que o navio suporta e como devem ser distribuídos visando aproveitar todo o espaço disponível dentro das normas de segurança.

PALAVRAS-CHAVES: Otimização, Sequenciamento, Programação Linear.

Área principal: Logística e Transporte

Otimização de Vagas de Estacionamento Utilizando Programação Linear Inteira

Rafael Carvalho de Castro
Universidade do Estado do Amazonas
Avenida Darcy Vargas, 1200 - Parque 10 Manaus
rcdc.eng@uea.edu.br

Renata da Encarnação Onety
Universidade do Estado do Amazonas
Avenida Darcy Vargas, 1200 - Parque 10 Manaus
ronety@uea.edu.br

RESUMO

Nos projetos de estacionamentos, comumente os profissionais que os desenham preocupam-se principalmente com os aspectos visuais e o cumprimento mínimo da legislação referente a cada construção. Porém, com o aumento da frota de veículos no Brasil, os estacionamentos de locais como centros comerciais e universidades frequentemente atingem suas capacidades máximas em horários de pico. Observou-se, então, que, a partir da elaboração de um modelo matemático, pode-se encontrar um número ótimo de vagas para aquele mesmo espaço. Um dos fatores que pode levar a essa melhoria é a possibilidade de desenhar as vagas em vários ângulos, e não apenas paralelas e perpendiculares à via, uma vez que, além das dimensões da vaga, o espaço necessário para a manobra deve ser considerado. Assim, as combinações de comprimentos e larguras das vagas em diferentes ângulos e da via de circulação podem levar a um resultado melhor. O estacionamento da Escola Superior de Tecnologia da Universidade do Estado do Amazonas (EST-UEA), por exemplo, foi construído na década de 1970. O mesmo não possui faixas delimitadoras de vagas, não acompanhou o aumento da demanda de carros e as ampliações que o prédio sofreu. Atualmente, com o estacionamento superlotado, os motoristas estacionam seus carros de maneiras que dificultam a circulação de outros veículos. O objetivo deste trabalho foi, então, maximizar o número de vagas no estacionamento da EST-UEA. Para isso, foram medidos o comprimento e a largura do estacionamento e levados em conta as medidas de cada vaga como define a legislação da cidade de Manaus. Além disso, para aplicação do modelo, foram tomados os dados referentes ao tamanho da via de circulação para cada angulação de vaga que constam na legislação da cidade de São Paulo, pois não há dados sobre estas medidas na legislação de Manaus. A partir da combinação das dimensões necessárias e diferentes ângulos aplicados ao modelo em estudo, utilizou-se a programação linear inteira para se encontrar o número máximo de vagas que o estacionamento pode comportar. Desta forma, obteve-se um ambiente de acordo com as dimensões da legislação da cidade e sem transtornos quanto à entrada e saída das vagas e circulação.

PALAVRAS-CHAVE: Maximização, Estacionamento, Programação Linear Inteira.

Otimização do frete de cabotagem regional para clientes e armadores na rota Manaus-Urucará

Reinaldo Lima Soares,
Ezequias Martins de França,Thiago de Aguiar Lessa
Universidade do Estado do Amazonas Avenida Darcy Vargas, 1200 - Parque 10 Manaus
{rlsr.eng, emdf.eng, tdal.eng}@uea.edu.br

RESUMO

O Amazonas possui muitos municípios longínquos e de difícil acesso, no entanto nosso estado é banhado por uma das maiores bacias hidrográfico do mundo o que favorece a navegação fluvial. A capital Manaus, por estar mais integrada as demais regiões, ocupa a função de distribuidora de alguns gêneros alimentícios os quais chegam até o seu destino final por meio da navegação fluvial. A rota Manaus-Urucará, por exemplo, sai todas as semanas de Manaus com vários tipos de gêneros alimentícios para abastecer a cidade além do mais há algumas dificuldades enfrentadas durante este percurso, como problemas mecânicos usuais, problemas de logística e acessibilidade, e entre outros que acabam sendo repassados para o preço final do frete. Por outro lado, há uma grande quantidade de pessoas em Manaus cujos familiares residem em interiores do Amazonas de difícil acesso. Estes, por sua vez, necessitam enviar certos produtos aos seus familiares. Dependendo assim do transporte de cabotagem, navegação de pequeno curso entre portos de uma mesma região. No entanto, percebe-se que não há um certo padrão entre o tipo de carga a ser enviado com sua tonelagem e nem mesmo com a distância do frete, estes fatores acabam gerando um certo ônus ao cliente, o qual deve pagar por um frete muitas vezes mal calculado. Portanto, a proposta, tomando como estudo de caso a rota Manaus-Urucará, é estabelecer critérios para determinar o preço do frete que atenda simultaneamente aos custos e lucro do armador e ainda permaneça acessível ao cliente. Para tal finalidade, deve-se coletar dados e informações a respeito dos custos do frete e características das cargas. Com auxílio de softwares matemáticos, procura-se estabelecer qual deve ser a relação entre a quantidade de carga a ser levada pela embarcação e o preço final do frete, de modo que seja acessível à população e, ainda assim, lucrativo para o armador.

PALAVRAS-CHAVE: Frete, Cabotagem, Logística

Área principal: Logística e transporte

Otimização do sistema de agendamento eletrônico utilizando programação linear

David Alexandre C. de Vasconcelos
Frederico Victor Alfaia Rodrigues, Walmir Lucena de Jesus
Universidade do Estado do Amazonas
Avenida Darcy Vargas,1200- Parque 10 Manaus
{dacdv.eng, fvar.eng, wldj.eng}@uea.edu.br

RESUMO

O principal porto privado de Manaus opera com constante movimentação de cargas nos pátios e armazéns, há também uma considerada entrega de cargas despachadas pela Receita Federal que são provenientes da exportação. O porto alfandegado que pertence ao grupo Chibatão opera constantemente na entrega e no recebimento de cargas de cabotagem (de portos no centro econômico do país para Manaus), mercadorias de internação para empresas já cadastradas, cargas em trânsito aduaneiro e no armazenamento de contêineres vazios. De acordo com gestores desse terminal, a previsão é que o volume total de cargas que passam todo mês pelo porto, em torno de 25 mil TEUs, seja ampliada tanto em médio como em longo prazo. Encontra-se um ambiente aos arredores do porto de Manaus com baixa infraestrutura e investimentos por parte do governo. Partindo do princípio que existe um aumento gradativo de cargas, à medida que o mundo se torna cada vez mais globalizado, os portos regionais tornam-se obsoletos, durante horários de pico filas de caminhões aglomeram-se nas intermediações dos portos como o Chibatão, porém a fim de manter uma confiabilidade e garantir serviços com qualidade, o grupo aderiu em 2015 ao sistema de agendamento eletrônico, todavia não solucionou por completo o problema e muito tem a melhorar. Os estudos visam alcançar uma maior otimização de processo de escoamento de cargas para o polo industrial, abrangendo as áreas de exportação e importação, sendo tanto o escoamento de cargas oriundas de navios do exterior, quanto a distribuição da produção interna, evitando filas de caminhões e congestionamentos na área portuária da capital trabalhando em conjunto com o SAE (Sistema de agendamento Eletrônico). Utilizando métodos de programação linear, como o solver, procura-se manter sempre um bom fluxo de carga e descarga, para isso devem ser considerados as variáveis de decisão e as restrições deste problema, com o objetivo de evitar o congestionamento de caminhões, a seguir estão as variáveis de decisão: chegada dos navios, o trânsito nos arredores, horários, a prioridade da carga considerando como por exemplo a demanda no mercado, espaço disponível no pátio, cargas com alto valor agregado. Também vale ressaltar que é necessário regulamentar o fluxo de veículos não agendados. A resolução deste problema encontra muitas limitações, as restrições que limitam o fluxo de carga nos portos regionais são: número de caminhões, capacidade do pátio, número de faixas do trânsito local, demanda e prioridade. Aplicando estes métodos de otimização esperamos alcançar um cenário ideal onde existam um congestionamento reduzido ou até mesmo a exclusão de congestionamentos de veículos nos arredores do porto, garantindo um bom fluxo de carga e descarga no porto abordado, os resultados poderão ser observados no aumento da agilidade na carga e descarga, otimizando o processo e garantindo uma maior competitividade dos portos regionais.

PALAVRAS-CHAVE: Agendamento eletrônico, Programação linear, porto privado.

Área principal: Logística e Transporte

Otimização do tempo de atracação de embarcações mistas

Johnne Geovanny Mouzinho Arcanjo
Luís Eduardo Gonçalves Nascimento
Universidade do Estado do Amazonas
Avenida Darcy Vargas, 1200, Parque 10, Manaus
{jgma.eng, legns.eng}@uea.edu.br

Resumo

Em função da grande bacia hidrográfica que a Amazônia possui, torna-se viável o transporte fluvial de pessoas e granéis pelos mais diferentes afluentes, possibilitando o desenvolvimento socioeconômico da região. Porém, nas embarcações mistas utilizadas na região, observa-se a deficiência tecnológica em infraestrutura para armazenar adequadamente as cargas, assim como para deslocar e removê-las de dentro dos porões, acarretando em longas horas (ou até em dias) de espera. Neste contexto, a Pesquisa Operacional surge como uma medida capaz de reduzir o tempo de atracação, equacionando as variáveis: quantidade de produtos, tempo necessário para carregar e descarregar a embarcação, a quantidade de estivadores, o custo de atracação, valor cobrado por tipo de mercadoria; de tal forma que, o trabalho seria executado com maior agilidade e eficiência. O projeto iniciará mediante aprovação dos armadores e/ou comandantes responsáveis pelas embarcações. Devido a grande extensão do Porto da Manaus Moderna, será utilizada neste estudo, em torno de 10 embarcações, onde se identificará o tempo médio de descarga dos produtos, a fim de extrair dados concretos e, a partir de então, conhecer as restrições e outros parâmetros relacionados a Pesquisa Operacional, a fim de elaborar o modelo matemático que otimizará a movimentação de cargas no Porto da Manaus Moderna.

PALAVRAS-CHAVE: Embarcações mistas. Mercadorias. Tempo de atracação.

Área Principal: L&T – Logística e Transporte.

Otimização do tempo no transporte de cargas utilizando hidrovias

Daniela Raposo Nunes de Mello, Gisele Barbosa Farias
Universidade do Estado do Amazonas.
Avenida Darcy Vargas, 1200 - Parque 10 Manaus
{drndm.eng, gbfr.eng}@uea.edu.br

RESUMO

A agilidade no transporte de cargas é, nos dias de hoje, fundamental para o bom funcionamento do fluxo cargueiro. Com o crescimento do capitalismo, a visão de lucro é o maior fator de escolha entre os tipos de translado. O transporte hidroviário é muito utilizado para cargas em grande quantidade, as quais não percam valor de forma rápida, como combustíveis, cereais, cargas a granel em geral e algumas das principais matérias-primas. Segundo pesquisas realizadas pela Agência Nacional de Transportes Aquaviários, o principal corredor hidroviário brasileiro quanto a volumes transportados é a hidrovia Solimões-Amazonas. Suas características físicas e a ligação com a Hidrovia do Madeira e do Tocantins-Araguaia auxiliam no percurso de grandes volumes de cargas. Hidrovias do interior do Amazonas também são muito utilizadas no transporte de cargas, e os principais produtos transportados são: bauxita, contêineres e soja. As cargas variam conforme as características da hidrovia, distância e custos. A otimização do tempo depende da melhoria em vários pontos do processo, como carga e descarga, roteirização das hidrovias e agilidade no processo de documentação dos produtos. No processo da otimização de carga e descarga, o conhecimento de variáveis como: o tipo de navio, a carga e o horário de chegada da embarcação, auxiliam no momento da execução, pois os métodos podem ser alterados conforme quaisquer uma destas variáveis. Porém, a variável que mais afeta a rapidez do processo é o Porto, se o Porto não for bem estruturado e/ou não tiver a tecnologia necessária para a carga e descarga dos navios que ali irão atracar, o processo a ser executado pode ser bem mais demorado e até mesmo mais complicado. A otimização ocorrerá de maneira funcional com a automatização da carga e descarga e a modernização dos Portos, fato já comprovado pelos diversos portos do mundo que adotaram tais métodos para acelerar os processos, um destes portos é o de Singapura, um dos mais modernos do mundo. A documentação no processo de deslocamento de cargas é também um empecilho para a velocidade da viagem. A comunicação entre os portos, equipes prestadoras de serviços, burocracias governamentais, exportadores e importadores torna-se complicada devido ao excesso de dados e pessoas envolvidas. A solução para a otimização desses processos burocráticos de maneira a integrá-los funcionalmente seria um software que possibilite a integração dos órgãos responsáveis pela documentação, através da manutenção de um arquivo digital e privado de acesso único aos autorizados, similares aos usados em sistemas jurídicos.

PALAVRAS-CHAVE: carga e descarga automatizadas, hidrovias, tempo em portos.

Área Principal: Logística e Transporte.

Otimização na cabotagem brasileira

Fernanda Tinoco Pimenta,
João Victor Benacon de Oliveira, Luiz Paulo Machado e Souza

Universidade do Estado do Amazonas
Avenida Darcy Vargas, 1200 - Parque 10 de Novembro, Manaus
{ftp.eng, jvbo.eng, lpms.eng}@uea.edu.br

RESUMO

Em um país como o Brasil, com mais de 7.400 km de litoral e 80% da população vivendo a 200 km da costa, a cabotagem é a alternativa mais viável de transporte e parte fundamental da cadeia logística, oferecendo ganho de produtividade para as cargas transportadas, competitividade, segurança, além de proporcionar vantagens socioambientais. Sob uma perspectiva geral, um dos pontos críticos do setor de transporte é justamente a falta de planejamento para uma gestão eficiente dos recursos, serviços e execução de obras destinadas à melhoria do sistema de transporte brasileiro. Além disso, é válido repensar sobre algumas medidas que poderiam reduzir a burocracia no segmento, o que aprimoraria os custos e aumentaria a produtividade (como a intermodalidade). Outro fator para se dar importância à cabotagem é o tipo de mercadoria mais transportada. O granel tem bastante importância no dia a dia da população e servirá como exemplo de produto nesse trabalho.O esperado para esse estudo é melhorar o transporte por cabotagem no Brasil, implementando novas estratégias para diminuição do custo, tempo de viagem e maximização de carga fazendo assim com que esse modal seja mais explorado no país.

PALAVRAS-CHAVE: Transporte marítimo, Cabotagem no Brasil, soluções logísticas.

Otimização na utilização de balsas no transporte fluvial na trajetória Manaus – Belém

Luiz Henrique Lessa da Silva
Universidade do Estado do Amazonas
Avenida Darcy Vargas, 1200 – Parque 10 de Novembro, Manaus
{lhls.eng}@uea.edu.br

RESUMO

Manaus e Belém são as duas cidades economicamente mais importantes não só da região norte do Brasil, mas de toda a região amazônica. Sendo assim, a interligação entre elas requer grande parte das preocupações referentes às suas economias. O principal meio de interligação fluvial entre as duas metrópoles é a hidrovia Solimões-Amazonas, que por meio de 1650 km de vias navegáveis, serve como rota de transporte de pessoas, veículos e cargas em geral. Um dos principais modos de navegação através dessa hidrovia são as Balsas, embarcações bastante populares na região, e estão em constante tráfego nesse trecho. Possuem como características principais fundo chato e calado pequeno o que permite sua locomoção pelo trecho durante todo o ano. Também possui área retangular exposta no qual geralmente se comporta o que se quer transportar. A importância da definição de carga varia o deslocamento da balsa e influi na escolha de empurrador. Através de dados coletados referentes a embarcações existentes e já atuantes nesse trecho, esse artigo desejou otimizar o transporte, analisando a demanda de passageiros e cargas afim de direcionar a alocação de recursos no percurso entre os dois grandes centros regionais.

PALAVRAS-CHAVE: Alocação, Transporte Fluvial, Balsas.

Área Principal: Logística e Transporte

Otimização no conforto e segurança de passageiros de lanchas Expresso na rota Manaus – Codajás

Valéria da Silva Costa
Mayra Anes da Silva
Caio Benedito Figueiredo dos Santos
Universidade do Estado do Amazonas
Avenida Darcy Vargas, 1200, Parque 10, Manaus
{vsc.eng, madsl.eng, cbfds.eng}@uea.edu.br

Resumo

Em algumas cidades do interior do Amazonas, o transporte de passageiros só pode ser feito através de vias navegáveis ou por meio aéreo, em virtude da distância e a falta de rodovias no estado. Desta forma, os expressos hidroviários ou Lanchas Expresso, embarcações de pequeno e médio porte conhecidas por realizar viagens de longas distâncias mais agilmente, são as melhores alternativas. Apresentando um meio de locomoção mais econômico para a população, quando comparado às viagens aéreas, e mais rápido em relação a outros tipos de embarcação que fazem o mesmo percurso. Uma das rotas utilizadas é a rota Manaus – Codajás, cidade situada às margens do rio Solimões, a 297 km de distância da capital. A viagem é feita por Lanchas Expresso com saídas diárias do porto de Manaus e duração média de 6 horas, sem paradas. Na construção deste tipo de embarcação, poucos armadores intencionam garantir conforto e segurança aos usuários, grande parte das embarcações têm espaços mal distribuídos e são superlotadas de assentos. Além de não haver lugares especiais para idosos, gestantes, pessoas com crianças de colo e deficientes físicos. Uma vez que a prioridade é abrigar o maior número de passageiros possível para ampliar o lucro por viagem. Visando a melhoria deste transporte, utilizou-se o método de pesquisa-ação, em que foi empregada a análise das lanchas existentes com base em suas dimensões, número de passageiros, espaço distribuído e preço, a fim de diagnosticar a situação atual, para a formulação de uma proposta de arranjo físico que seja viável e funcional. Com este estudo, espera-se minimizar as alterações de preço na construção para que o layout seja praticável, sem interferir drasticamente nos custos de viagem do consumidor final. Tais melhorias otimizam o uso do espaço disponível e a qualidade do serviço oferecido.

PALAVRAS-CHAVE: Transporte Fluvial, Layout, Melhoria.

Área Principal: L&T – Logística e Transporte.

Proposta de melhoria para sistema de atendimento em restaurante universitário através de sistema biométrico

Alexandre Silva da Silva, Felipe Oliveira da Silva
Isabelle Lorrande Maria Sarges de Lima,
Jonathan da Silva Moreira, Vinícius de Souza Lima
Universidade Federal do Amazonas
Av. Gen. Rodrigo Otávio, 5614 - Petrópolis, Manaus - Amazonas
{alexandre281297, felipe.oliveira313, sargesisabelle19, jonathansilva48079, vnlima9}@gmail.com

RESUMO

Os estudantes da UFAM - Universidade Federal do Amazonas, enfrentam diariamente o dilema das filas para almoçar no Restaurante Universitário – RU desta universidade, pois, grandes filas de espera são formadas para compra de tíquetes-refeição. Pode-se detectar falhas no sistema atual, como, exagerado tempo de espera nas filas, despesas com impressões de tíquetes-refeição e uso indevido da carteira estudantil da universidade para compra de refeições. Aqui é proposta a ideia de implantação de um sistema biométrico para compra das refeições. Através do novo sistema, o aluno poderá cadastrar seus dados pessoais e sua impressão digital; com ela terá acesso a todos os restaurantes universitários da UFAM. Pretende-se tornar a compra das refeições online ou migrá-la para um setor específico do próprio restaurante universitário. O objetivo deste trabalho é mostrar através de simulação discreta realizada no software ARENA, que com a possível implementação de um sistema biométrico junto aos restaurantes universitários da UFAM, o processo de compra das refeições seja facilitado. As simulações realizadas são capazes de analisar possíveis gargalos que possam surgir com a mudança no sistema, sendo possível simular alterações no layout do local, para que o tamanho das filas de espera nas entradas do restaurante seja reduzido, pois esta é a problemática central nas entradas de acesso aos refeitórios.

PALAVRAS CHAVE: Filas, Sistema Biométrico, Simulação.

Área Principal: SIM – Simulação

Proposta de sequenciamento e roteamento de atendimentos emergenciais de saúde na região fluvial do Amazonas

Thaiane Caroline Freire Dourado, Rodrigo da Costa Moraes
Francisco Lira da Silva Bisneto, Renata da Encarnação Onety
Universidade do Estado do Amazonas
Avenida Darcy Vargas, 1200 – Parque 10 de Novembro, Manaus
{thaianecfd, rodrigodacostamoraes,
franciscoliradasilvabisneto}@gmail.com
ronety@uea.edu.br

RESUMO

O estado do Amazonas comporta uma grande quantidade de comunidades ribeirinhas (aglomerados localizados às margens dos rios), ao longo de mais de 20 mil quilômetros de vias navegáveis. Devido à longa extensão e infraestrutura precária, torna-se difícil o acesso dessa população ao sistema de saúde. Em casos emergenciais, a situação tende a piorar. Para efetuar esse tipo de serviço na região, são utilizadas lanchas equipadas com instrumentos hospitalares, que buscam os pacientes e os levam até um local de atendimento. Trata-se do Serviço de Atendimento Móvel de Urgência Fluvial (SAMU fluvial). A problemática encontrada ao se analisar este cenário está no tempo de socorro. Isso porque, além de depender dos fatores ambientais, deve-se considerar a demanda de atendimento e a possibilidade de chamados simultâneos de comunidades distantes. Se, durante uma visita, uma lancha receber novo chamado de emergência, pretende-se calcular a melhor sequência de atendimento, levando em consideração o contexto em que ocorreu a nova chamada. Serão analisadas a distância da comunidade, a prioridade do atendimento e o combustível disponível. Como este problema possui natureza combinatorial e estocástica, devido aos múltiplos caminhos, diversas comunidades e demandas variadas, pretende-se utilizar os algoritmos genéticos para encontrar possíveis soluções. Por ser um algoritmo populacional, este oferecerá ao decisor um conjunto de soluções diversificadas, na qual o critério de decisão dependerá do cenário corrente. Assim, espera-se que o serviço de atendimento de saúde fluvial seja realizado com melhor distribuição e eficiência às comunidades ribeirinhas.

PALAVRAS CHAVE: SAMU fluvial, sequenciamento, roteamento.

Área Principal: SA-PO na Área de Saúde.

SEQUENCIAMENTO DE MÁQUINA ÚNICA COM TEMPOS DE SETUP DEPENDENTES DA SEQUENCIA EM AMBIENTE LEAN MANUFACTURING

Nara Quintela Begnini
Universidade do Estado do Amazonas
Av. Djalma Batista, 3578 - Flores CEP 69050-010 Manaus/AM
naraqb@gmail.com

Wesley da Silva Rocha
Universidade do Estado do Amazonas
Av. Djalma Batista, 3578 - Flores CEP 69050-010 Manaus/AM
wesleysr1997@gmail.com

Renata da Encarnação Onety
Universidade do Estado do Amazonas
Av. Djalma Batista, 3578 - Flores CEP 69050-010 Manaus/AM
ronety@uea.edu.br

RESUMO

Sendo compreendido, de maneira geral, como o processo de decidir a alocação de recursos para a realização de tarefas, o sequenciamento é uma atividade frequente no cotidiano de empresas. Este trabalho analisa o planejamento e sequenciamento da produção de uma linha de montagem de placas eletrônicas em uma indústria do Polo Industrial de Manaus. A situação-problema apresenta-se como a busca pela minimização do tempo de término das tarefas (makespan) a serem realizadas por uma máquina de inserção automática de componentes (SMT). Atualmente, o problema é resolvido manualmente, o que evidencia um considerável distanciamento entre os meios teóricos e práticos empregados na atividade de sequenciar, já observado na literatura. O problema é modelado como uma máquina única, onde os tempos de setup dependem da sequência e tem-se como objetivo minimizar o makespan, considerado o tempo de setup da máquina entre as tarefas. No contexto analisado, os tempos de preparação são dependentes da sequência, isto é, terão duração de acordo com a tarefa processada anteriormente. Desta forma, observa-se complexidade computacional semelhante ao conhecido problema do caixeiro viajante. Portanto, afim de encontrar uma sequência de produção em tempo aceitável, será utilizada a metaheurística de algoritmos genéticos para solucionar o problema. O trabalho pretende somar esforços aos escassos estudos focados no sequenciamento da produção na cidade de Manaus e seu distrito industrial, a fim de mostrar a possibilidade de reduzir desperdícios também no planejamento e controle da produção em um ambiente que segue a filosofia de lean manufacturing.

PALAVRAS CHAVE. Sequenciamento, Máquina única, Algoritmos genéticos.

Área Principal: IND

UMA ABORDAGEM COM ALGORITMO EVOLUTIVO MULTIOBJETIVO PARA SELEÇÃO DE ELEMENTOS DE ELICITAÇÃO DE REQUISITOS

Renata Magalhães Rêgo
Universidade Federal do Amazonas – Instituto de Computação
Av. Rodrigo Otávio, nº 6.200, Campus Universitário Senador Arthur Virgílio Filho. SETOR NORTE do Campus Universitário Manaus - AM - CEP 69.077 – 000 Fone: (92) 3305-1193.
renata.rego@icomp.ufam.edu.br

Arilo Claudio Dias-Neto
Universidade Federal do Amazonas – Instituto de Computação
Av. Rodrigo Otávio, nº 6.200, Campus Universitário Senador Arthur Virgílio Filho. SETOR NORTE do Campus Universitário Manaus - AM - CEP 69.077 – 000 Fone: (92) 3305-1193.
arilo@icomp.ufam.edu.br

RESUMO

A elicitação de requisitos é uma atividade fundamental em um projeto de software, pois ela visa a identificação dos requisitos do software a serem desenvolvidos. Esta atividade geralmente depende de três elementos: **a técnica** usada para identificar/coletar os requisitos, **o analista** alocado para realizar essa tarefa e **os clientes** disponíveis para fornecer as necessidades a serem atendidas pelo software. Esses elementos devem ser selecionados de maneira adequada durante o processo de elicitação, uma vez que eles têm impacto direto sobre o sucesso ou fracasso do projeto. As questões a serem consideradas durante a seleção dos elementos são a adequação e o esforço dos mesmos em relação ao projeto de software, tais questões foram transformadas em um modelo matemático visando atender dois objetivos concorrentes e conflitantes: 1) maximizar a adequação dos elementos ao projeto e 2) minimizar o esforço de aplicação/alocação dos mesmos. Esta pesquisa está no escopo de Engenharia de Software Baseada em Busca e apresenta uma abordagem de apoio à seleção de elementos de requisitos utilizando o algoritmo NSGA-II (*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*) que é um algoritmo evolutivo em comparação com um algoritmo de busca aleatória para identificar a viabilidade de utilizar algoritmos evolutivos para tratar esse problema. Foi realizado um estudo empírico utilizando dados de um projeto real comparando os resultados providos pelos dois algoritmos e ao analisar os resultados utilizando as métricas de tempo de execução, desvio padrão e frente de pareto (conjunto de soluções geradas), pode-se constatar que o algoritmo NSGA-II forneceu as melhores soluções de compromisso para o problema, porém este possui um tempo de execução 200 vezes maior que o algoritmo aleatório, isso se dá pelo fato de algoritmo NSGA-II ter métodos de comparação entre as soluções para identificar as melhores e descartar as demais, enquanto que o aleatório apenas seleciona sem comparar. O próximo passo dessa pesquisa é fazer as comparações do NSGA-II com outros dois algoritmos evolutivos: MOCell e SPEA2 para identificar qual o mais adequado para tratar esse problema.

Palavras-chave: Elicitação de Requisitos, Metaheurísticas, Engenharia de Software Baseada em Busca.

Utilização da Programação Linear e do Método Simplex para a otimização da produção em uma pizzaria de pequeno porte

Jocelene M. A. dos Anjos
Walter S. Simões
UNINORTE LAUREATE
AV. Leonardo Malcher, Manaus
{joce.anjos23,waltersimoes}@gmail.com

RESUMO

Atualmente diversas pequenas pizzarias buscam uma melhor relação entre o custo de produção e o lucro, envolvendo assim uma abordagem de tentativa e erro na definição do melhor aproveitamento dos recursos. Porém, esta forma adotada, além de demorar um tempo prolongado para a consolidação do conhecimento, ainda pode representar um alto risco. Este artigo propõe a aplicação de ferramentas de pesquisa operacional que permita a identificação das restrições no uso dos recursos e quantidades disponíveis para maximizar o lucro. A metodologia adotada foi a aplicação de formulação de programação linear da relação dos dois principais produtos produzidos e identificar as respectivas restrições dos recursos utilizados. Para o estudo de caso observou-se que as pizzas de mussarela (x1) e calabresa (x2) eram os produtos mais significativos e que apresentam respectivamente os lucros por unidade: R$ 20,00 e R$ 25,00. Os recursos de massa, molho de tomate, calabresa, queijo mussarela, mão-de-obra em homens/hora eram os ingredientes que compunham os dois produtos. O contexto de produção levantado mostrou que: uma pizza de calabresa utiliza 500g de massa, 300g de molho de tomate, 500g de calabresa, 0,3 homem-horas e uma pizza de mussarela 500g de massa, 100g molho de tomate, 500g de queijo mussarela e 0,2 homem-horas. A empresa tem disponível, diariamente, 25kg de massa, 10kg molho de tomate, 12,5kg de calabresa, 12,5kg de queijo mussarela e 8 homem-horas. Com estas informações modelou-se o problema por P.L. (programação linear) ficando a Função Objetivo MAX $L = 20x1 + 25x2$ e restrições para Massa: $500x1 + 500x2 \leq 25000$, Molho de Tomate: $300x1 + 100x2 \leq 10000$, Calabresa: $500X1 \leq 12500$, Queijo Mussarela: $500x2 \leq 12500$, Homem- hora: $0,3x1+ 0,2x2 \leq 8$. A restrições de não negatividade x1 e x2 são maiores e iguais a zero. Com esta formulação, ficou mais explicita a participação e importância de cada ingrediente na produção de cada produto e a relação entre eles para maximizar o lucro. Futuros trabalhos irão envolver a aplicação de técnicas de identificação dos valores ótimos de solução como o Simplex.

PALAVRAS CHAVE. Programação linear, Pesquisa operacional, Simplex.